

## Математичні моделі якості цифрових телекомунікаційних мереж

*Роботу виконано на кафедрі вищої математики та інформатики ВНУ ім. Лесі Українки*

Розглянуто головні критерії якості телекомунікаційної мережі; досліджено основні математичні моделі оцінки якості передавання сигналів у телекомунікаційних мережах різних типів. Оцінено ефективності таких моделей.

**Ключові слова:** телекомунікаційна мережа, якість сигналу, затримка сигналу, математична модель.

**Приходько В. В. Математические модели качества цифровых телекоммуникационных сетей.** Рассмотрены главные критерии качества телекоммуникационных сетей; исследованы основные математические модели оценки качества передачи сигналов в телекоммуникационных сетях разных типов. Дана оценка эффективности таких моделей.

**Ключевые слова:** телекоммуникационная сеть, качество сигнала, задержка сигнала, математическая модель.

**Prvhdok V. V. Mathematical Models as Digital Telecommunications Networks.** The basic criteria of quality telecommunication network are discusses. In addition to theoretical mathematical models assessing the quality of signal transmission in telecommunication networks of different types. The evaluation of the effectiveness of such models.

**Key words:** telecommunication network, signal quality, signal delay, the mathematical model.

**Постановка наукової проблеми та її значення.** На сьогодні рекомендації міжнародної спільки зв'язківців, що регламентують параметри, характеристики, показники та вимоги до якості телекомунікаційних мереж, не враховують усіх можливих режимів функціонування телекомунікаційних мереж, а саме режимів великого навантаження, великої затримки сигналів тощо. При цьому виникає ситуація, коли оператор зв'язку не може адекватно оцінити якість передачі даних кінцевому споживачу та приймати відповідні рішення щодо розвитку мережі зв'язку. Використання наявних моделей та методик оцінки якості дають можливість оцінити лише одиничні параметри якості, а механізму для комплексної оцінки якості функціонування телекомунікаційних мереж ще не існує.

**Метою** статті є аналіз та вдосконалення наявних показників оцінки якості роботи телекомунікаційної мережі; **завдання** статті – дослідження можливостей удосконалення моделей якості цифрових телекомунікаційних мереж.

**Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.** Мережа є складовою частиною системи управління інформаційними мережами, тому її опис доцільно проводити за допомогою тих самих понять, які використовують для опису зазначених систем.

За принципом багатокритеріальності якість мережі можна визначити за допомогою вектора

$$G = F(G_1, G_2, \dots, G_N),$$

де  $G_1, G_2, \dots, G_N$  – показники якості, які охоплюють різноманітні аспекти роботи мережі і, згідно з принципом багатовимірності, також можуть бути представлені у вигляді векторів.

У нашому випадку приймемо:

- $G_1$  – показники здатності мережі доставляти інформацію;
- $G_2$  – показники надійності функціонування мережі передавання даних;
- $G_3$  – часові показники доставляння інформації;
- $G_4$  – показники рівня помилок у доставленій інформації;
- $G_5$  – показники ефективності мережі;
- $G_6$  – показники вартості доставляння інформації [4].

Вектор  $G_1$  визначається як сукупність значень пропускну здатності сигнального трафіка пучка маршрутів потоків даних

$$G_1 = \bigcup_{i=1}^m c_i(T, u, P, S)$$

де  $c_i$  – пропускна здатність сигнального трафіка  $i$ -го пучка маршрутів;  $T$  – час передавання сигнальних повідомлень;  $u$  – параметри управління сигнальним трафіком у пучку маршрутів;  $P$  – коефіцієнт готовності маршрутів сигналізації;  $S$  – структура мережі;  $m$  – кількість маршрутів сигналізації в мережі.

Що ж стосується показників надійності мережі, то він визначається як

$$G_2 = [G_2^1, G_2^2],$$

де  $G_2^1$  – коефіцієнт готовності пучка маршрутів;  $G_2^2$  – коефіцієнт готовності мережі.

Коефіцієнт готовності пучка маршрутів залежить від структури мережі, від надійності мережі та від надійності обладнання, що знаходиться у вузлах цієї мережі. Також на надійність маршрутів сигналізації значною мірою впливають зовнішні фактори. Основні причини відмовлень у роботі ліній зв'язку – це механічні пошкодження внаслідок будівельних робіт та стихійних лих.

Тому вектор  $G_2^1$  визначається як сукупність значень коефіцієнта готовності маршрутів:

$$G_2^1 = \bigcup_{i=1}^m P_i(P_{STP}, S, \xi, P_{SL}),$$

де  $P_i$  – коефіцієнт готовності  $i$ -го пучка маршрутів;  $P_{STP}$  – коефіцієнт готовності обладнання мережі;  $S$  – структура мережі;  $P_{SL}$  – коефіцієнт готовності обладнання мереж;  $m$  – кількість пучків маршрутів.

Коефіцієнт готовності мережі визначається як

$$G_2^2 = P\left(\frac{N_{3Г}}{m}\right),$$

де  $P$  – імовірність готовності частини  $\frac{N_{3Г}}{m}$  пучків маршрутів;  $N_{3Г}$  – загальна кількість пучків маршрутів, які перебувають у стані готовності;  $m$  – кількість пучків маршрутів у мережі [1].

Показник часу доставляння інформації можна представити у вигляді вектора:

$$G_3 = [G_3^1, G_3^2].$$

Час доставляння інформації в мережі характеризується часом передавання сигнальних повідомлень (сигнальних одиниць). Він залежить від часу оброблення в пунктах передавання, часу посилення в ланках сигналізації, затримки в чергах, а також від кількості транзитних пунктів сигналізації, що входять у цей маршрут і через які проходять сигнальні повідомлення. Визначимо вектор  $G_3^1$  як сукупність значень часу доставляння сигнальних одиниць за наявності помилок передавання значущих сигнальних одиниць (ЗнСО). У цьому випадку вектор  $G_3^1$  запишемо у вигляді:

$$G_3^1 = \bigcup_{i=1}^m T_{\Sigma_i}(T_p(l), Q_{\Sigma_i}(a, l, P_u), T_3, S),$$

де  $T_{\Sigma_i}$  – загальний час доставляння сигнальних одиниць по  $i$ -му маршруту;  $T_p(l)$  – час поширення сигнальних одиниць у ланці мережі, залежить від довжини  $l$  ланки мережі;  $Q_{\Sigma_i}(a, l, P_u)$  – затримка передавання сигнальної одиниці, яка залежить від сигнального навантаження, імовірності хибного передавання одиниці даних  $P_u$  та довжини ланки сигналізації;  $T_3$  – загальний час затримки передавання сигнальних одиниць та обладнання мережі, який уключає в себе час обробки сигналів обладнанням, що ініціює виклик, час обробки сигналів обладнанням, до якого надходить виклик, та час обробки в обладнанні маршруту, що передає цей виклик;  $S$  – структура мережі;  $m$  – кількість маршрутів сигналізації в мережі.

Визначимо вектор  $G_3^2 [T_{IAM+ACM}, T_{ANM}, T_{AIM}]$  – характеристику якості обслуговування, що містить такі складники:

$T_{IAM+ANM}$  – затримка між початком передавання ініціюючого повідомлення з обладнання, яке здійснює виклик, і кінцем прийняття повідомлення коректного завершення виклику;  $T_{ANM}$  – час передавання сигналу «Відповідь» абонентом, якого викликають;  $T_{IAM}$  – час передавання сигнальної одиниці IAM (ініціювання виклику) [2].

Розглянемо показники рівня помилок доставленої інформації.

Визначимо їх, за аналогією, як вектор

$$G_4 = \bigcup_{i=1}^m P_{U_i}(P_b, l),$$

де  $P_{U_i}$  – імовірність помилки передавання значущої сигнальної одиниці в  $i$ -му маршруті сигналізації;  $P_b$  – інтенсивність помилок у бітах у ланці сигналізації;  $l$  – довжина ланки сигналізації;  $m$  – кількість маршрутів.

Одним із показників ефективності та якості функціонування мереж зв'язку є відношення величини навантаження на ланку сигналізації до пропускної здатності мережі. Ефективність пучка маршрутів залежить від маршрутів сигналізації, які входять до складу пучків маршрутів. Тому визначимо вектор  $G_5$  як сукупність значень ефективності пучка маршрутів:

$$G_5 = \bigcup_{i=1}^m \frac{a_i}{c_i},$$

де  $a_i$ ,  $c_i$  – відповідно, величина сигнального навантаження на ланку мережі та пропускна здатність  $i$ -го пучка маршрутів у мережі;  $m$  – кількість пучків маршрутів.

Перейдемо до наступного, не менш важливого на сьогоднішній день, аспекту якості функціонування телекомунікаційної мережі – показника вартості доставляння інформації в мережі. Цей показник визначається вартістю обладнання, з якого складається телекомунікаційна мережа, що розглядається, та, відповідно, структурою телекомунікаційної мережі.

Тому вектор  $G_6$  визначимо як сукупність значень вартості доставляння інформації по пучку маршрутів:

$$G_6 = \bigcup_{i=1}^m C_i(S),$$

де  $C_i(S)$  – вартість обладнання  $i$ -го маршруту сигналізації;  $S$  – структура мережі [4].

Отже, аналізуючи все вищенаведене, можна ще раз зробити висновок, що основними параметрами, які впливають на показники якості функціонування телекомунікаційної мережі, є часові параметри (затримки, час передавання сигнальних одиниць), параметри функціонування мережі (навантаження, імовірність передавання сигнальних одиниць із помилками) та вартісні показники функціонування мережі.

**Математична модель часових затримок сигналів для телекомунікаційної мережі.** Уведемо поняття структури телекомунікаційної мережі. Нехай  $S$  – квадратна матриця, що описує структуру мережі, причому, якщо  $s_{i,j} = 0$ , – немає зв'язку між  $i$ -м та  $j$ -м об'єктом, і якщо  $s_{i,j} = 1$ , – зв'язок є.

У загальному випадку структуру мережі можна записати у вигляді двомірної матриці:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \dots & s_{nn} \end{bmatrix}.$$

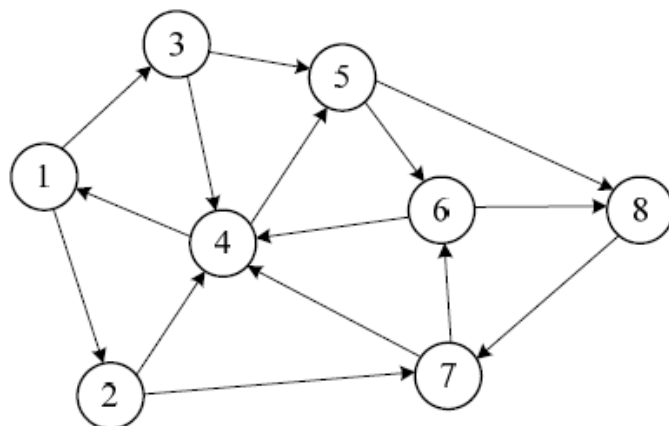


Рис. 1.1. Фрагмент структури телекомунікаційної мережі

Наприклад, для заданої на рис. 1.1 структури мережі матрицю  $S$  запишемо у вигляді:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Формулу для розрахунку часу передавання сигнальних одиниць у загальному вигляді запишемо

$$T_{\Sigma} = T(S, l, N_{i,j}, P_{U_{i,j}}, \mu),$$

де  $S$  – структура телекомунікаційної мережі;  $l$  – довжина сигнальної одиниці;  $N_{i,j}$  – кількість повторних передач сигнальних одиниць на ділянці  $(i,j)$ ;  $P_{U_{i,j}}$  – імовірність помилкового передавання сигнальних одиниць на ділянці  $(i, j)$ ;  $\mu$  – маршрут, що проходить сигнальна одиниця між пунктами, які нас цікавлять.

Усі можливі маршрути з  $i$ -ї вершини в  $j$ -ту запишемо у вигляді рівняння множин

$$G_M = (X, U),$$

де  $X$  – множина об'єктів телекомунікаційної мережі, що входять у маршрут;  $U$  – множина дуг (ланок сигналізації) між об'єктами  $i$  та  $j$ , що входять у маршрут, який розглядається, причому для всіх дуг  $(k, l)$ , що входять у маршрут, повинна виконуватися рівність  $S_{k,l}=1$  [2].

Маршрутами з  $i$ -ї вершини в  $j$ -ту телекомунікаційної мережі будемо називати такі шляхи, які є елементарними, тобто жодна вершина в маршруті не повинна зустрічатися два рази. Відповідно, довжиною елементарного маршруту  $\mu = (u_1, \dots, u_k)$  будемо називати число

$\lambda(\mu) = \sum_{i=1}^k \lambda(u_i)$ , де  $\lambda(u_i)$ , де  $\lambda(u_i)$  – відповідно, довжина кожного відрізка маршруту. У нашому випадку довжина маршруту  $\lambda(\mu)$  є ніщо інше, як час затримки сигнальної одиниці на всьому етапі її передавання.

Тому має місце рівність:

$$\lambda(\mu) = T_{\Sigma} = \sum_{u_i \in \mu} \lambda(u_i) = \sum_{u_i \in \mu} T_{u_i},$$

де  $T_{ii}$  – часова затримка сигнальної одиниці на відрізку маршруту  $u_i \in \mu$ .

Розглянемо питання доставляння сигнальних одиниць з  $i$ -ї вершини телекомунікаційної мережі в  $j$ -ту. Існує велика кількість методів визначення можливих маршрутів у графі. Тому визначимо множину маршрутів  $G(U)$ , яка являє собою об'єднання векторів. Кожний вектор описує послідовність проходження пунктів телекомунікаційної мережі для передавання сигнальної одиниці з  $i$ -го елемента в  $j$ -й, причому кількість маршрутів між цими об'єктами визначається лише структурою мережі. Кожен із маршрутів має бути елементарним. Складемо матрицю «вартостей» відповідно до структури телекомунікаційної мережі. Елементами матриці «вартостей» будуть часові затримки сигнальних одиниць при передаванні з  $i$ -го елемента в  $j$ -й. Таким чином, матриця «вартостей» буде у вигляді:

$$C = \begin{vmatrix} T_{11} \cdot s_{11} & T_{12} \cdot s_{12} & \dots & T_{1n} \cdot s_{1n} \\ T_{21} \cdot s_{21} & T_{22} \cdot s_{22} & \dots & T_{2n} \cdot s_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} \cdot s_{n1} & T_{n2} \cdot s_{n2} & \dots & T_{nn} \cdot s_{nn} \end{vmatrix}.$$

У випадку відсутності відрізка  $(i,j)$  ( $s_{ij}=0$ ) будемо вважати, що часова затримка сигнальної одиниці на цьому відрізку прямує до нескінченості [4].

**Модель затримок сигналів для вільної телекомунікаційної мережі.** Розглянемо найпростіший випадок, коли передавання сигнальних одиниць ведеться з  $i$ -го пункту в  $j$ -й, причому телекомунікаційна мережа вільна. Під вільною телекомунікаційною мережею розуміємо ситуацію, коли навантаження на сигнальні лінки створюється лише за рахунок передавання сигнальних одиниць з  $i$ -го пункту в  $j$ -й.

У цьому випадку загальний час затримки можна визначити за формулою:

$$T_{\Sigma} = \sum_{u_{kl} \in U(i,j)} Q_{kl},$$

де  $Q_{kl}$  – часова затримка сигнальної одиниці на ланці мережі  $(k, l)$ , причому всі ланки сигналізації  $(k, l)$  входять у відповідний маршрут  $U(i, j)$ .

Оскільки значення  $Q_{kl}$  напряму залежить від наявності помилок під час передавання сигнальних одиниць, то ця формула в разі їх відсутності буде мати вигляд:

$$T_{\Sigma_a}^{i,j} = \sum_{u_{kl} \in U(i,j)} \frac{1}{2} \left( T_{f_{kl}} + \frac{a_{kl}}{1-a_{kl}} k_1 (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}) \right).$$

Відповідно, дисперсія в цьому разі буде:

$$\sigma_{\Sigma_a}^2(i,j) = \sum_{u_{kl} \in U(i,j)} \left( \frac{T_{f_{kl}}^2}{12} + \frac{1}{4} \left( \frac{a_{kl}}{1-a_{kl}} k_1 (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}) \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \frac{a_{kl}}{1-a_{kl}} k_2 (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}})^2.$$

У разі наявності похибок передавання сигнальних одиниць загальний час передавання сигнальних одиниць з  $i$ -го пункту в  $j$ -й запишемо:

$$T_{\Sigma_t}^{i,j} = \sum_{u_{kl} \in U(i,j)} \frac{1}{2} \left( T_{f_{kl}} + \frac{a_{eff_{kl}}}{1-a_{eff_{kl}}} \frac{T_{vir_{kl}}^{(2)}}{T_{vir_{kl}}^{(1)}} \right) + T_{vir_{kl}}^{(1)} - (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}})$$

I, відповідно, дисперсія в цьому разі [1]:

$$\sigma_{\Sigma_t}^2(i, j) = \sum_{u_{kl} \in U(i, j)} \left( \frac{T_{f_{kl}}^2}{12} + \frac{1}{4} \left( \frac{a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(2)}}{1 - a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(1)}} \right)^2 + T_{vir_{kl}}^{(2)} + \frac{1}{3} \frac{a_{eff_{kl}}}{1 - a_{eff_{kl}}} \times \right. \\ \left. \times \frac{T_{vir_{kl}}^{(3)}}{T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}} - (T_{vir_{kl}}^{(1)})^2 + (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}})^2 (1 - k_1) \right).$$

Попередні формули описують стан «ідеальної поведінки» телекомунікаційної мережі, коли на всіх ланках маршруту, що розглядається, передавання значущих сигнальних одиниць виконується або з відсутністю помилок передавання на кожній ланці, або з наявністю цих помилок на кожній ланці. Але зазвичай в одному маршруті зустрічаються ланки сигналізації і з присутністю, і з відсутністю помилок передавання. У цьому випадку кінцеву формулу розрахунку часових затримок сигнальних одиниць запишемо як композицію формул:

$$T_{\Sigma}^{i, j} = \sum_{u_{kl} \in U_{BP}(i, j)} T_{\Sigma_a}^{k, l} + \sum_{u_{kl} \in U_{CP}(i, j)} T_{\Sigma_t}^{k, l}, \\ u_{kl} \in U(i, j) = U_{CP}(i, j) + U_{BP}(i, j),$$

або

$$T_{\Sigma}^{i, j} = \sum_{u_{kl} \in U_{BP}(i, j)} \left( \frac{1}{2} \left( T_{f_{kl}} + \frac{a_{kl}}{1 - a_{kl}} (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}) \right) \right) + \\ + \sum_{u_{kl} \in U_{CP}(i, j)} \left( \frac{1}{2} \left( T_{f_{kl}} + \frac{a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(2)}}{1 - a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(1)}} \right) + T_{vir_{kl}}^{(1)} - (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}) \right).$$

Дисперсія в цьому випадку обчислюється за формулою [1]:

$$\sigma_{\Sigma}^2(i, j) = \sum_{u_{kl} \in U_{BP}(i, j)} \left( \frac{T_{f_{kl}}^2}{12} + \frac{1}{4} \left( \frac{a_{kl}}{1 - a_{kl}} k_1 (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}) \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \frac{a_{kl}}{1 - a_{kl}} k_2 (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}})^2 \right) + \sum_{u_{kl} \in U_{CP}(i, j)} \left( \frac{T_{f_{kl}}^2}{12} + \frac{1}{4} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(2)}}{1 - a_{eff_{kl}} T_{vir_{kl}}^{(1)}} \right)^2 + \frac{1}{3} \frac{a_{eff_{kl}}}{1 - a_{eff_{kl}}} \frac{T_{vir_{kl}}^{(3)}}{T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}}} + T_{vir_{kl}}^{(2)} - \right. \\ \left. - (T_{vir_{kl}}^{(1)})^2 + (T_{EK_{kl}} - T_{EP_{kl}})^2 (1 - k_1) \right).$$

**Висновки.** Отже, ми отримали основні показники якості телекомунікаційної мережі та методологію їх визначення та оптимізації. Проте на основі досліджень можна зробити висновки, що дані моделі не є досконалими з точки зору оцінки параметрів для невеликих телекомунікаційних мереж, у яких часові затримки сигналів породжені переважно правильною топологією їхньої побудови. Враховуючи сказане вище, потрібно відзначати можливість подальшого вдосконалення даних моделей саме для таких типів телекомунікаційних мереж.

#### Список використаної літератури

1. Лисогор В. Г. Управління технологічними процесами, вимірювання параметрів сигналів, моніторинг та тестування мереж у розробках ІВП «Інновінн» / В. Г. Лисогор, Ю. А. Скидан, О. Ю. Скидан // Матеріали VI Міжнар. конф. КУСС-2001. – 2001. – Т. 2. – С. 82–84.
2. Лысогор В. Г. Модели оценки качества обслуживания в системах сквозного контроля сетей связи / В. Г. Лысогор, Р. Н. Кветный, В. П. Посвятенко // Сучасні інформаційні та енергозберігаючі технології життєзабезпечення людини SIET 14-04: спец. вид. наук.-техн. журн. «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». – Хмельницький. – 2004. – С. 51–54.
3. Математическое моделирование в задачах проектирования средств автоматизации и информационно-измерительной техники : учеб. пособие / Р. Н. Кветный. – К. : УМК ВО, 1989. – 112 с.
4. Методологія побудови систем контролю та моніторингу цифрових телекомунікаційних мереж / Р. Н. Кветний, В. Г. Лисогор, В. П. Посвятенко та ін. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 162 с.

Стаття надійшла до редколегії  
08.10.2012 р.