

# Лінійні поперечники класів типу Нікольського-Бесова періодичних функцій багатьох змінних

**Федуник-Яремчук О.В.**

*Волинський національний університет імені Лесі Українки*

Досліджуються класи періодичних функцій багатьох змінних  $B_{p,\theta}^\Omega$ , де  $\Omega(t) = \omega(\prod_{j=1}^d t_j)$  і  $\omega(\tau)$  – задана функція однієї змінної типу модуля неперервності порядку  $l$ , що задовольняє умови  $(S^\alpha)$  та  $(S_l)$ , які називаються умовами Барі-Стечка. При певному виборі функції  $\Omega$  класи  $B_{p,\theta}^\Omega$  є аналогами відомих класів Нікольського-Бесова  $B_{p,\theta}^r$ .

Нехай  $W$  – множина у банаховому просторі  $X$ . Величина

$$\lambda_M(W, X) = \inf_A \sup_{w \in W} \|w - Aw\|_X,$$

де точна нижня межа береться по всіх лінійних операторах  $A$ , що діють в  $X$ , розмірність області значень яких не перевищує  $M$ , називається лінійним  $M$  – поперечником множини  $W$  у просторі  $X$ .

Одержано точні за порядком оцінки лінійних поперечників класів періодичних функцій багатьох змінних типу Нікольського-Бесова  $B_{p,\theta}^\Omega$  у просторі  $B_{q,1}$  у випадках  $1 < p = q < \infty$  і  $1 \leq q < p < \infty$ . Зазначимо, що норма у просторі  $B_{q,1}$  є більш сильною, ніж  $L_q$  – норма [1].

Сформулюємо одержані результати.

**Теорема 1.** Нехай  $d \geq 2, 1 < p < \infty, 1 \leq \theta \leq \infty, \Omega(t) = \omega(\prod_{j=1}^d t_j)$ , де  $\omega(\tau)$  задовольняє умову  $(S^\alpha)$  із деяким  $\alpha > 0$  та умову  $(S_l)$ . Тоді для будь-якої послідовності  $M = (M_n)_{n=1}^\infty$  натуральних чисел такої, що  $M \asymp 2^n n^{d-1}$ , виконується співвідношення

$$\lambda_M(B_{p,\theta}^\Omega, B_{p,1}) \asymp \omega(2^{-n}) n^{(d-1)(1-\frac{1}{\theta})}.$$

**Теорема 2.** Нехай  $d \geq 2, 1 \leq q < p < \infty, 1 \leq \theta \leq \infty, \Omega(t) = \omega(\prod_{j=1}^d t_j)$ , де  $\omega(\tau)$  задовольняє умову  $(S^\alpha)$  із деяким  $\alpha > 0$  та умову  $(S_l)$ . Тоді для будь-якої послідовності  $M = (M_n)_{n=1}^\infty$  натуральних чисел такої, що  $M \asymp 2^n n^{d-1}$ , виконується співвідношення

$$\lambda_M(B_{p,\theta}^\Omega, B_{q,1}) \asymp \omega(2^{-n}) n^{(d-1)(1-\frac{1}{\theta})}.$$

Співставляючи результати теорем 1 та 2 із відповідними оцінками величин  $\lambda_M(B_{p,\theta}^\Omega, L_p)$  та  $\lambda_M(B_{p,\theta}^\Omega, L_q)$  [2], приходимо до висновку, що в багатовимірному випадку (за винятком випадків  $\theta = 1, 2 < q < p < \infty$ ) оцінки лінійних поперечників класів  $B_{p,\theta}^\Omega$  у просторах  $B_{q,1}$  та  $L_q$  є різними за порядком. Зауважимо, що в одновимірному випадку відмінності в оцінках зазначених апроксимативних характеристик не спостерігаються.

Окрім того, в теоремі 2 охоплено низку значень параметрів  $p, q, \theta$ , для яких лінійні поперечники класів  $B_{p,\theta}^\Omega$  у просторі  $L_q$  досі залишаються не дослідженими. Сказане стосується випадків:

$1 \leq q < p \leq 2, 1 \leq \theta \leq \infty$ ; і  $1 \leq q \leq 2 < p \leq \infty, 1 \leq \theta < 2$ .

#### **Список використаних джерел:**

1. Гембарська С.Б., Романюк І.А., Федунік-Яремчук О.В. Характеристики лінійної та нелінійної апроксимації класів періодичних функцій багатьох змінних типу Нікольського-Бесова. *Укр. мат. вісник*. 2023. Т 20, № 2. С. 161–185.

2. Федунік О.В. Оцінки лінійних поперечників класів  $B_{p,\theta}^\Omega$  періодичних функцій багатьох змінних. *Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання: Збірник праць Інституту математики НАН України*. 2007. Т.4, № 1. С. 376–389.