Волинський національний університет імені Лесі Українки

Навчально-науковий фізико-технологічний інститут

Кафедра експериментальної фізики,

інформаційних та освітніх технологій

Андрій Кевшин, Павло Шигорін, Володимир Галян

ПРАКТИКУМ ІЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ

ЗАДАЧІ

Луцьк

2024

УДК 539.2

М 33

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки

(протокол № 1 від 25 вересня 2024 р.).

Рецензенти:

Луньов С. В. – доктор фіз.-мат. наук, професор, кафедра фундаментальних наук, Луцький НТУ;

Булатецька Л. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра комп'ютерних наук та кібербезпеки, ВНУ імені Лесі Українки.

К 33 Кевшин А. Г., Шигорін П. П., Галян В.В. **Практикум із розв'язування задач з фізики та астрономії**: задачі. Луцьк : Волин. нац. ун-т. ім. Лесі Українки, 2024. 88 с.

Практикум із розв'язування задач з фізики та астрономії – складова комплексу робочих матеріалів написаних на українській мові, створених для забезпечення якісної практичної підготовки фахівців галузей знань 01 Освіта / Педагогіка. Видання містить набір задач необхідних для організації повноцінної аудиторної та самостійної роботи здобувачів освіти.

Навчально-методичне видання відповідає чинним навчальним програмам підготовки й рекомендовано для здобувачів освіти спеціальності 014.08 Середня освіта (Фізика та астрономія) другого (магістерського) рівня Волинського національного університету імені Лесі Українки.

УДК 539.2

ЗМІСТ

ВСТУП

Одним із вихідних положень, на які нині спирається система вітчизняної фізичної освіти, є спрямованість навчання фізики на забезпечення міцного і свідомого оволодіння здобувачами освіти системою фізичних знань і вмінь, необхідних їм у повсякденному житті, достатніх для вивчення багатьох навчальних предметів загальноосвітньої школи, отримання якісної професійної освіти на наступних етапах.

У системі сучасної вищої школи спостерігається помітне намагання посилити роль фундаментальних наук у процесі підготовки спеціалістів всіх профілів. Звичайно, що ця тенденція, щодо підготовки сучасного студента як діяльної, творчої особистості з високим адаптаційним потенціалом, може бути реалізована за умови організації навчально-виховного середовища на засадах інноваційно-педагогічної діяльності. Якщо мова йде про підготовку вчителів фізики і астрономії, то однією з умов того, щоб навчальний процес був спрямований саме на розвиток особистості, його необхідно орієнтувати на практичне застосування теоретичних знань, у даному випадку − на розв’язування задач.

Навчально-методичне видання «Практикум із розв’язування задач з фізики і астрономії» містить перелік задач різних рівнів складності, що сприяє забезпеченню міцного і свідомого оволодіння здобувачами освіти системою фізичних знань, практичних умінь і навичок, усвідомленню того, як фізичні теорії, закони, закономірності застосовуються на практиці.

Видання сприяє поглибленню, розширенню і міцнішому засвоєнню теоретичного матеріалу з фізики і астрономії, реалізації дидактичного принципу взаємозв’язку навчання з практикою, розширенню наукового світогляду здобувачів освіти (ЗО), розвитку їх логічного, творчого самостійного мислення, набуття досвіду оцінки меж застосовності фізичних законів і теорій за різних конкретних умов.

У процесі розв’язування задач реалізуються цілі:

- формування у ЗО практичних умінь і навичок з розв’язування різних видів задач з фізики і астрономії, вміння ілюструвати їх зміст;
- удосконалювати вміння пошуку способів розв’язування задач;
- засвоїти методику розв’язування задач різних типів: графічних, обчислювальних, якісних;
- уміння складати до задач: схеми, графічні зображення, поділ задач на прості задачі.

Видання призначене для студентів, які вивчають, фізику та астрономію у вищих навчальних закладах освіти.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Короткий запис умови задачі повинен містити літерні позначення фізичних величин, їх чисельні значення та перевід до одиниць інтернаціональної системи (СІ).
2. Розв'язки задач необхідно виконувати в загальному вигляді. Кінцевий результат отримати у вигляді формули, що містить літерні позначення величин, заданих в умові задачі, та фундаментальних констант. Чисельні значення проміжних величин під час розв'язання задач не знаходити.
3. Розв'язок задачі супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями щодо походження формул та рівнянь, позначень величин, математичних перетворень. Якщо це необхідно, навести креслення.
4. Після отримання кінцевої розрахункової формули виконати її перевірку на розмірність правої частини.
5. У випадку позитивного результату перевірки на розмірність, підставити чисельні значення величин у СІ і виконати обчислення.
6. Кінцевий результат математично правильно записати з двома знаками після коми.

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Механіка – частина фізики, яка вивчає закономірності механічного руху та причини, що спричиняють чи змінюють цей рух. Механічний рух – це зміна протягом часу взаємного розташування тіл чи їх частин.

Механіка поділяється на три розділи: 1) кінематику; 2) динаміку; 3) статику.

Кінематика вивчає рух тіл, не розглядаючи причини, котрі цей рух обумовлюють.

Динаміка вивчає закони руху тіл та причини, котрі викликають чи змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл.

Найпростішою моделлю механіки є матеріальна точка – тіло, розмірами котрого у даній задачі можна знехтувати.

Однією із характеристик руху є пройдений шлях, який позначається латинською літерою S і вимірюється в метрах. *Пройдений шлях* – це довжина траєкторії, а *траєкторія* – це лінія, вздовж якої рухається тіло. *Переміщення* $\vec{S}$ – це вектор, який з'єднує початкову точку руху тіла з його кінцевою.

Рівномірним прямолінійним називається рух матеріальної точки вздовж прямої, якщо за рівні проміжки часу тіло проходить однакові шляхи.

Рух матеріальної точки, під час якого її швидкість за будь-які однакові проміжки часу збільшується або зменшується на ту саму величину, називається *рівнозмінним*. Якщо швидкість за будь-які однакові проміжки часу збільшується на ту саму величину, то такий рух називається *рівноприскореним*, якщо зменшується – *рівносповільненим*.

Нерівномірний рух характеризують зміною швидкості від точки до точки. Ця зміна швидкості характеризується величиною, яка називається прискоренням. Позначається прискорення $\vec{a}$ і є векторною величиною.

Прискорення $\vec{a}$ – це фізична величина, яка характеризує зміну швидкості і визначається як відношення зміни швидкості до часу, протягом якого ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_0}{t},$$

де $\vec{\vartheta}_0$ – початкова швидкість; $\vec{\vartheta}$ – кінцева швидкість руху тіла.

У цілому рівнозмінним називають такий рух тіла, за якого прискорення є сталим ($\vec{a} = const$).

Для характеристики нерівномірного руху вводиться нова фізична величина – миттєва швидкість. *Миттєва швидкість* – це швидкість тіла в даний момент або в даній точці траєкторії.

У таблиці 1.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Фізичні основи механіки».

Таблиця 1.1.

Основні формули з розділу «Фізичні основи механіки»

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	Радіус-вектор матеріальної точки	$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – одиничні вектори координатних осей x, y, z
$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	Модуль радіус-вектора	
$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Вектор миттєвої швидкості	$\frac{d\vec{r}}{dt}$ – похідна від радіус-вектора за часом
$\upsilon_c = \frac{\Delta S}{\Delta t}$	Модуль середньої швидкості	ΔS – шлях, пройдений тілом за час Δt

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{a}_c = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$	Вектор середнього прискорення	$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$ – зміна вектора швидкості за час Δt
$a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$	Тангенціальна і нормальна складові вектора прискорення і їх зв'язок з повним прискоренням	$\dfrac{d\upsilon}{dt}$ – похідна від модуля миттєвої швидкості за часом; a – повне прискорення; R – радіус кривизни траєкторії
$S = \upsilon_0 t \pm \dfrac{at^2}{2}$	Шлях при рівноприскореному (рівносповільноному) русі	υ_0 – початкова швидкість; $a = const$
$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 \pm \vec{a}t$	Швидкість при рівноприскореному (рівносповільноному) русі	
$\vec{F} = m\vec{a}$	Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки)	$\vec{F} = \sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – рівнодійна всіх сил, що діють на тіло; m – маса; $\vec{a}$ – прискорення
$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	Імпульс тіла	$\vec{p}$ – імпульс; m – маса; $\vec{\upsilon}$ – швидкість
$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_1\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_1\vec{u}_2$	Закон збереження імпульсу при абсолютно пружному ударі	m_1, m_2 – маси тіл; $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкості тіл до удару; $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ – швидкості тіл після удару
$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_1)\vec{u}$	Закон збереження імпульсу при абсолютно не пружному ударі	$\vec{u}$ – спільна швидкість тіл після удару
$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$	Третій закон Ньютона	
$\vec{F} = m\vec{g}$	Сила тяжіння	$\vec{g}$ – прискорення вільного падіння, $g = 9{,}8\,\dfrac{м}{с^2}$
$F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$	Закон всесвітнього тяжіння	F – гравітаційна сила, з якою два тіла взаємодіють між собою; m_1, m_2 – маси тіл; G – гравітаційна стала, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$
$F_{пр} = -k\Delta x$	Сила пружності (закон Гука)	$F_{пр}$ – сила пружності, яка виникає при пружній деформації тіла; Δx – величина деформації тіла; k – жорсткість пружини (або коефіцієнт пружності деформованого тіла)

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{F}_{тр} = \mu\vec{N}$	Сила тертя ковзання	μ – коефіцієнт тертя; $\vec{N}$ – сила реакції опори
$A = FS\cos\alpha$	Робота постійної сили	F – сила, що діє на тіло; S – переміщення тіла під дією сили; α – кут між напрямками сили і переміщення
$N = \frac{A}{t}$	Потужність	A – робота, t – час, за який виконана робота
$N = F\upsilon$	Потужність при рівномірному русі	υ – швидкість при рівномірному русі
$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{зат}}$	Коефіцієнт корисної дії (ККД) механізму	$A_{кор}$ – корисна робота (потужність, енергія); $A_{зат}$ – затрачена механізмом робота (потужність, енергія)
$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що рухається поступально	m – маса тіла; υ – швидкість
$E_п = mgh$	Потенціальна енергія тіла	h – висота тіла над вибраним рівнем
$E_п = \frac{kx^2}{2}$	Потенціальна енергія стиснутої (розтягнутої) пружини	k – жорсткість пружини; x – стиск (розтяг) пружини
$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Кутова швидкість	$\frac{d\varphi}{dt}$ – похідна від кута повороту за часом
$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	Кутове прискорення	$\frac{d\omega}{dt}$ – похідна від кутової швидкості за часом
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	Кутова швидкість при рівномірному обертанні	T – період обертання; ν – частота обертання
$\vartheta = \omega R$	Зв’язок між лінійною і кутовою швидкістю	R – радіус кола
$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$	Кінематичні рівняння рівнозмінного обертання	φ – кутове переміщення; ω_0 – початкова кутова швидкість; ε – кутове прискорення (знак „+” – для рівноприскореного обертання, знак „–” – для рівносповільненого обертання)
$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$	Зв’язок тангенціального і нормального прискорень з кутовими величинами	a_τ, a_n – тангенціальне і нормальне прискорення
$M = Fl$	Момент сили	l – плече сили
$L = I\omega$	Момент імпульсу	I – момент інерції
$M = I\varepsilon$	Основне рівняння динаміки	I – момент інерції; ε –

Формула	Назва формули	Позначення
	обертального руху	кутове прискорення
$E_к = \dfrac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі	
$E_к = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + \dfrac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що котиться без ковзання	$\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху тіла; $\dfrac{I\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху тіла

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МЕХАНІКИ

Задача 1. Тіло рухається рівноприскорено по прямолінійній ділянці шляху. Відомо, що через деякий час *t* після початку руху за наступні τ=10 с тіло пройшло S=30 м і швидкість при цьому зросла в n=5 разів. Визначити прискорення руху тіла.

Дано:

$\tau = 10\ с$

$S = 30\ м$

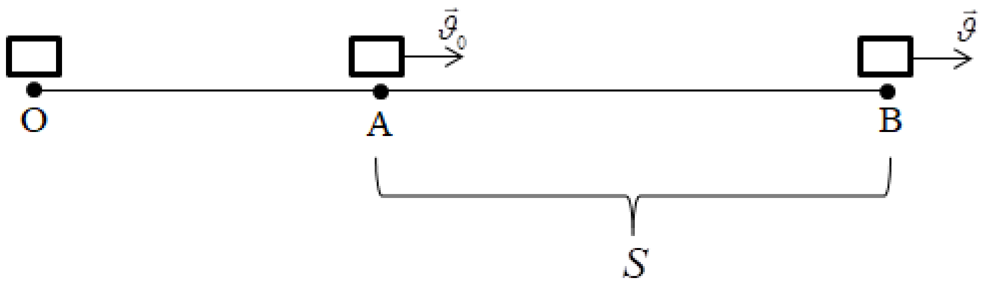
$\vartheta = n\vartheta_0$

$n = 5$

Знайти:

$a - ?$

Розв'язок



Нехай у початковий момент часу тіло перебувало у стані спокою у точці A. Через деякий час *t* воно переміститься у точку A і буде рухатися зі швидкістю $\vec{\vartheta}_0$. За наступний час τ воно здійснить переміщення *S* і буде у точці B, маючи швидкість руху $\vec{\vartheta}$. За умовою задачі, рух рівноприскорений. Запишемо вираз для *S*

$$S = \vartheta_0\tau + \frac{a\tau^2}{2}, \qquad (1)$$

де a – прискорення тіла.

Запишемо вираз для швидкості тіла при рівноприскореному русі:

$$\vartheta = \vartheta_0 + a\tau.$$

За умовою задачі $\vartheta = n\vartheta_0$. Тоді можемо записати:

$$n\vartheta_0 = \vartheta_0 + a\tau.$$

Звідси:

$$(n-1)\vartheta_0 = a\tau,$$

$$\vartheta_0 = \frac{a\tau}{n-1}.$$

Підставимо останній вираз в (1):

$$S = \frac{a\tau}{n-1}\cdot\tau + \frac{a\tau^2}{2} = \frac{a\tau^2}{n-1} + \frac{a\tau^2}{2} = a\tau^2\left(\frac{1}{n-1}+\frac{1}{2}\right) = a\tau^2\left(\frac{2+n-1}{2(n-1)}\right) = a\tau^2\left(\frac{n+1}{2(n-1)}\right).$$

Звідси:

$$a = \frac{2(n-1)S}{\tau^2(n+1)}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Підставимо дані:

$$a = \frac{2\cdot(5-1)\cdot 30}{10^2\cdot(5+1)} = 0{,}4\,\frac{м}{с^2}.$$

Відповідь: $a = 0{,}4\,\frac{м}{с^2}$.

Задача 2. Диск радіусом 40 см обертається навколо вертикальної осі. На його краю лежить тіло. Знайдіть коефіцієнт тертя тіла з поверхнею диску, якщо воно починає зісковзувати з диску при 20 обертах за хвилину.

Дано:

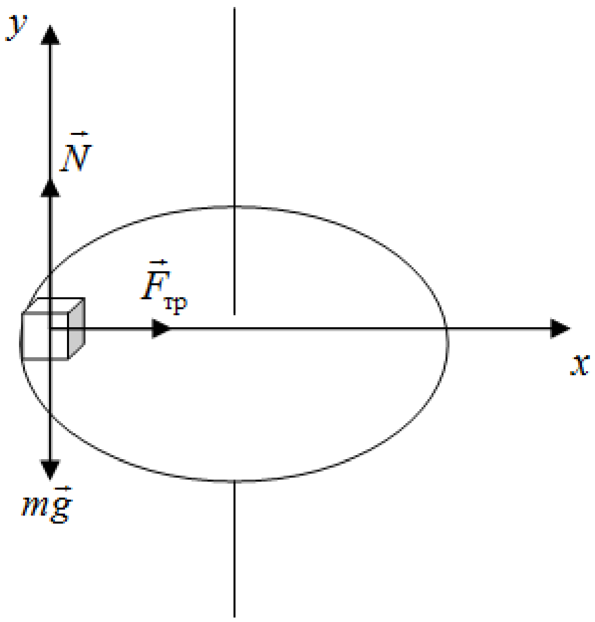
$R = 40\,см = 0{,}4\,м$

$\nu = 20\,\frac{об}{хв} = 0{,}33\,\frac{об}{с}$

Знайти:

$\mu - ?$

Розв'язок



На тіло діють: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори $\vec{N}$ і сила тертя $\vec{F}_{тр}$, показані на малюнку.

Виходячи з другого закону Ньютона, можемо записати:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \overline{N} + \vec{F}_{тр}, \tag{1}$$

де $\vec{a}$ – прискорення тіла.

Запишемо рівняння (1) в проекції на вибрані осі координат.

На вісь X:

$$ma_{д} = F_{тр}, \tag{2}$$

де m – маса тіла; $a_{д}$ – доцентрове прискорення, яке рівне:

$$a_{д} = \frac{\vartheta^2}{R}, \tag{3}$$

де ϑ – лінійна швидкість; R – радіус диска. Виразимо лінійну швидкість через кутову ω:

$$\vartheta = \omega R.$$

Кутова швидкість виражається через частоту ν співвідношенням:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Тоді:

$$\vartheta = 2\pi\nu R.$$

Підставимо останній вираз в (3):

$$a_{д} = \frac{(2\pi\nu R)^2}{R} = 4\pi^2\nu^2 R. \tag{5}$$

Запишемо рівняння (1) в проекції на вісь Y:

$$N - mg = 0.$$

Звідси:

$$N = mg.$$

Сила тертя рівна:

$$F_{тр} = \mu N.$$

З двох останніх виразів маємо:

$$F_{тр} = \mu mg, \tag{6}$$

де μ – коефіцієнт тертя.

Підставимо (5) і (6) у (2):

$$m4\pi^2\nu^2 R = \mu mg.$$

Звідси:

$$\mu = \frac{m4\pi^2\nu^2 R}{mg} = \frac{4\pi^2\nu^2 R}{g}.$$

$$\mu = \frac{4\pi^2\nu^2 R}{g}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[\mu] = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)^2 \cdot м}{\frac{м}{c^2}} = 1.$$

Підставимо дані в останній вираз:

$$\mu = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}33^2 \cdot 0{,}4}{9{,}8} = 0{,}175.$$

Відповідь: $\mu = 0{,}175$.

Задача 3. Шлях пройдений точкою по колу радіуса r=2 м, виражається рівнянням S=at^2+bt. Знайти нормальне, тангенціальне та повне прискорення точки через t=0,5 с після початку руху, якщо a=3 м/с^2, b=1 м/с.

Дано:

$r = 2\,м$

$s = at^2 + bt$

$t = 0{,}5\,c$

$a = 3\,\frac{м}{c^2}$

$b = 1\,\frac{м}{c}$

Зайти:

$a_n - ?$

$a_\tau - ?$

$a - ?$

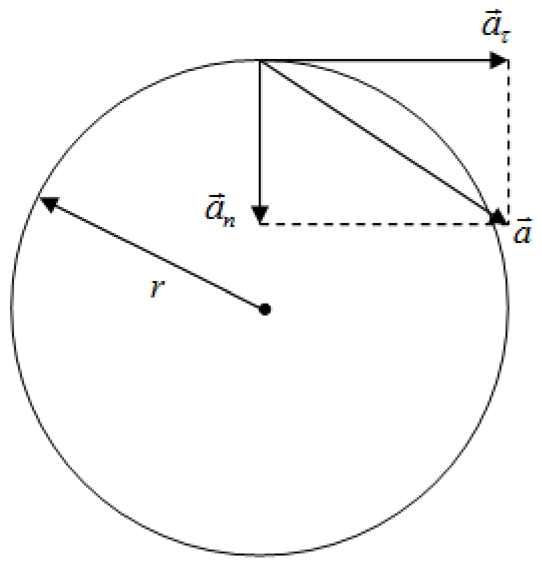
Розв'язок

При русі точки по колу зі швидкістю, що змінюється з часом, вона матиме тангенціальне $\vec{a}_\tau$ та нормальне $\vec{a}_n$ прискорення. Тангенціальне прискорення характеризує швидкість зміни величини (модуля) швидкості, завжди колінеарне до швидкості, спрямоване по дотичній до траєкторії. Нормальне прискорення характеризує швидкість зміни швидкості за напрямом, завжди перпендикулярно швидкості і спрямоване до центру по радіусу траєкторії, якою рухається тіло. Тоді повне прискорення $\vec{a}$ дорівнюватиме:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

а модуль повного прискорення буде рівним:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,. \qquad (1)$$



Відповідно до умови задачі, рівняння руху матеріальної точки по колу дається виразом

$$s = at^2 + bt$$

Знаючи рівняння руху, знайдемо вираз для швидкості ϑ:

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} = \frac{d\left(at^2 + bt\right)}{dt} = 2at + b\,. \qquad (2)$$

Тангенціальне прискорення знайдемо, взявши першу похідну від швидкості за часом:

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d(2at+b)}{dt} = 2a. \qquad (3)$$

Нормальне прискорення визначається за формулою:

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{r},$$

де r – радіус траєкторії.

Підставимо (2) в останній вираз:

$$a_n = \frac{(2at+b)^2}{r}. \qquad (4)$$

Підставимо (3) і (4) в (1):

$$a = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{(2at+b)^2}{r}\right)^2}. \qquad (5)$$

Перевіримо розмірність виразів (3), (4) і (5):

$$[a_\tau] = \frac{м}{с^2};$$

$$a_n = \frac{\left[\frac{м}{с^2}\cdot с + \frac{м}{с}\right]^2}{м} = \frac{м}{с^2};$$

$$[a] = \sqrt{\left(\frac{м}{с^2}\right)^2 + \left(\frac{\left[\frac{м}{с^2}\cdot с + \frac{м}{с}\right]^2}{м}\right)^2} = \frac{м}{с^2}.$$

Підставимо дані в (3), (4) і (5):

$$a_\tau = 2\cdot 3 = 6\,\frac{м}{с^2};$$

$$a_n = \frac{(2\cdot 3+1)^2}{2} = 24{,}5\,\frac{м}{с^2};$$

$$a = \sqrt{(2\cdot 3)^2 + \left(\frac{(2\cdot 3+1)^2}{2}\right)^2} = 25{,}2\,\frac{м}{с^2}.$$

Відповідь: $a_\tau = 6\,\frac{м}{с^2}$; $a_n = 24{,}5\,\frac{м}{с^2}$; $a = 25{,}2\,\frac{м}{с^2}$.

Задача 4. М’яч, кинутий одним гравцем іншому під кутом до горизонту зі швидкістю 20 м/с, досяг вищої точки підйому через 1 с. Під яким кутом до горизонту кинули м’яч? На якій відстані знаходилися один від одного гравці?

Дано:

$\vartheta_0 = 20\,\frac{м}{с}$

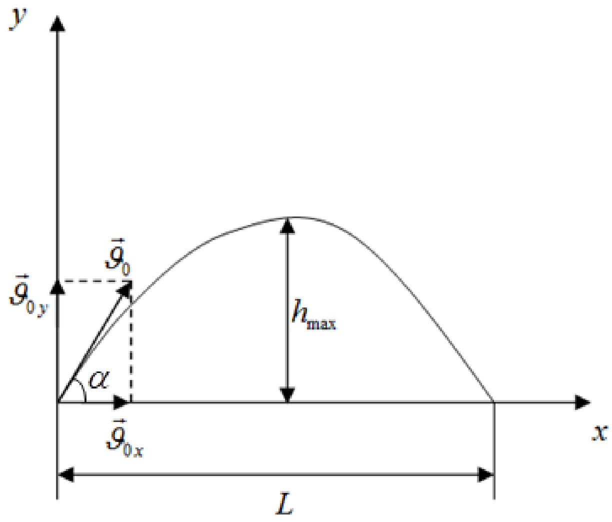
$t = 1\,с$

Знайти:

$\alpha - ?$

$L - ?$

Розв'язок



У нашому випадку цей рух можна представити як накладання двох незалежних рухів: рівномірного руху вздовж горизонтальної осі (осі x) та рівносповільненого руху вздовж вертикальної осі (осі y).

Проекції швидкості тіла, відповідно, змінюються з часом наступним чином:

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha \quad , \qquad (1)$$

$$\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt , \qquad (2)$$

де ϑ_0 – початкова швидкість, α – кут кидання; $g = 9{,}8\,\frac{м}{с^2}$ – прискорення вільного падіння.

Якщо тіло підніметься на максимальну висоту, то цій точці воно зупиняється, відповідно швидкість $\vartheta_y = 0$. Тому із рівняння (2) можемо записати:

$$0 = \vartheta_0 \sin\alpha - gt .$$

Звідси:

$$\sin\alpha = \frac{gt}{\vartheta_0} . \qquad (3)$$

Координата тіла по осі х, відповідно, змінюються так:

$$x = x_0 + \vartheta_0 t \cos\alpha .$$

У нашому випадку, відповідно до малюнку, початкова координата $x_0 = 0$. Тоді останнє рівняння прийме вид:

$$x = \vartheta_0 t \cos\alpha . \qquad (4)$$

Час усього руху $t^/$ (від одного гравця до іншого) у два рази більший за час підйому м'яча:

$$t^/ = 2t .$$

Дальність польоту L (відстань від одного гравця до іншого) визначимо, виходячи із формули (4), враховуючи, що у цьому випадку $x = L$, $t = t^/$.

$$L = \vartheta_0 t^/ \cos\alpha = \vartheta_0 2t \cos\alpha ,$$

$$L = 2\vartheta_0 t \cos\alpha . \qquad (5)$$

Перевіримо розмірність виразів 3 і 5:

$$[\sin\alpha] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{с}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1;$$

$$[L] = \frac{м}{с}\cdot с = м.$$

Підставимо дані в (3) і (5):

$$\sin\alpha = \frac{10\cdot 1}{20} = \frac{1}{2};$$

$$\alpha = 30^0.$$

$$L = 2\cdot 20\cdot 1\cdot\cos 30^0 \approx 34{,}64\ м.$$

Відповідь: $\alpha = 30^0$; $L = 34{,}64\ м$.

Задача 5. Куля масою 10 г летить зі швидкістю 800 м/с обертаючись навколо поздовжньої осі з частотою 3000 об/с. Вважаючи кулю циліндром діаметром 8 мм, визначити її повну кінетичну енергію.

Дано:

$m = 10\ г = 0{,}01\ кг$

$\vartheta = 800\ \frac{м}{с}$

$\nu = 3000\ \frac{об}{с}$

$D = 8\ мм = 8\cdot 10^{-3}\ м$

Знайти:

$W - ?$

Розв'язок

Повна кінетична енергія кулі буде складатися з кінетичної енергії поступального $W_п$ і обертального руху $W_{об}$:

$$W = W_п + W_{об}\ . \quad (1)$$

Запишемо вирази для цих енергій:

$$W_п = \frac{m\vartheta^2}{2}. \quad (2)$$

$$W_{об} = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1):

$$W = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{m\vartheta^2}{2}, \quad (4)$$

де J – момент інерції кулі (циліндра); ω – кутова швидкість кулі; m – маса кулі; ϑ – лінійна швидкість кулі.

Запишемо зв'язок між лінійною і кутовою швидкістю:

$$\vartheta = \omega R, \quad (5)$$

де R – радіус.

Виразимо радіус циліндра через його діаметр D, а кутову швидкість через частоту обертання ν:

$$R = \frac{D}{2}, \quad (6)$$

$$\omega = 2\pi\nu. \qquad (7)$$

Підставимо (6) і (7) у (5):

$$\vartheta = 2\pi\nu \cdot \frac{D}{2} = \pi\nu D. \qquad (8)$$

Для циліндра момент інерції рівний:

$$J = \frac{1}{2} mR^2. \qquad (9)$$

Підставимо (6) у (9):

$$J = \frac{1}{2} m\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{mD^2}{8}. \qquad (10)$$

Підставимо (7), (8) і (10) у (4):

$$W = \frac{\frac{mD^2}{8} \cdot (2\pi\nu)^2}{2} + \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{mD^2\pi^2\nu^2}{4} + \frac{m\vartheta^2}{2};$$

$$W = \frac{mD^2\pi^2\nu^2}{4} + \frac{m\vartheta^2}{2}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[W] = кг \cdot м^2 \cdot \left(\frac{1}{c}\right)^2 + кг \cdot \left(\frac{м}{c}\right)^2 = кг \cdot \frac{м^2}{c^2} = Дж.$$

Підставимо дані:

$$W = \frac{0{,}01 \cdot \left(8 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 3000^2}{4} + \frac{0{,}01 \cdot 800^2}{2} = 3210\ Дж.$$

Відповідь: $W = 3210\ Дж$.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Першу половину часу автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину шляху – зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

2. Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с. Яка була початкова швидкість тіла? Опір повітря не враховувати.

3. З вежі висотою H=25 м горизонтально кинутий камінь зі швидкістю 15 м/с. На якій відстані від основи вежі камінь упаде на землю? Опір повітря не враховувати.

4. Вагон рухається рівносповільнено з від'ємним прискоренням – 0,5 м/с^2. Початкова швидкість вагона 54 км/год. На якій відстані від початкової точки вагон зупиниться?

5. Тіло падає вертикально з висоти 19,6 м з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде останній 1м свого шляху? Опір повітря не враховувати.

6. Тіло падає вертикально з висоти 19,6 м з нульовою початковою швидкістю. Який шлях пройде тіло за останню 0,1 с свого руху? Опір повітря не враховувати.

7. Камінь кинутий у горизонтальному напрямку. Через 0,5 с після початку руху чисельне значення швидкості каменя стало в 1,5 раза більше його початкової швидкості. Знайти початкову швидкість каменя. Опір повітря не враховувати.

8. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=At-Bt^2+Ct^3$, де A=2 м/с, B=3 м/с^2 і C=4 м/с^3. Знайти залежність швидкості υ і прискорення a від часу t.

9. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=At-Bt^2+Ct^3$, де A=2 м/с, B=3 м/с^2 і C=4 м/с^3. Знайти відстань, пройдену тілом, швидкість і прискорення тіла через 2 с після початку руху.

10. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A–Bt+Ct^2$, де A=6 м, B=3 м/с і C=2 м/с^2. Знайти середню швидкість тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

11. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A–Bt+Ct^2$, де A=6 м, B=3 м/с і C=2 м/с^2. Знайти середнє прискорення тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

12. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A+Bt+Ct^2$, де A=3 м, B=2 м/с і C=1 м/с^2. Знайти середню швидкість і середнє прискорення тіла за першу, другу і третю секунди його руху.

13. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, де C=0,14 м/с^2 і D=0,01 м/с^3. Чому дорівнює середнє прискорення тіла за 12 с руху?

14. Рух матеріальної точки задано рівнянням $x=4t–0,05t^2$. Визначити момент часу, для якого швидкість рівна нулю. Знайти координату і прискорення в цей момент часу.

15. Рух двох матеріальних точок задається рівняннями $x_1=20+2t–4t^2$ і $x_2=2+2t+0,5t^2$. В який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Чому дорівнюють прискорення матеріальних точок в цей момент?

16. Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь $x_1=4t+8t^2–16t^3$ і $x_2=2t–4t^2+t^3$. В який момент часу прискорення цих матеріальних точок буде однакове? Знайти швидкості матеріальних точок в цей момент.

17. При прямолінійному русі тіла масою 1кг його координата змінюється по закону: $x=5t–10t^2$. Знайти силу, що діє на тіло.

18. Знайти силу, що діє на тіло через 3 с після початку дії, і швидкість в кінці третьої секунди, якщо тіло масою 3кг рухається з прискоренням, що змінюється по закону: $a=10t–10$; $v_0=0$.

19. Згідно умови попередньої задачі визначити силу, що діє на тіло через 5 с після початку дії, і шлях, пройдений тілом за цей час.

20. Тіло рухається прямолінійно під дією сталої сили 15 Н. Залежність координати від часу має вид: $x=10–5t+2t^2$. Знайти масу тіла.

21. Знайти залежність швидкості від часу і силу, що діє на тіло масою 0,1 кг в кінці третьої секунди, якщо координата з часом змінюється по закону: $x=2t–t^2+3t^3$.

22. Снаряд масою 10 кг мав швидкість 200 м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша, з масою 3 кг одержала швидкість 400 м/с в попередньому напрямку. Знайти швидкість після розриву другої, більшої частини.

23. У якому випадку двигун автомобіля виконає більшу роботу (у скільки разів): для розгону з місця до швидкості 36 км/год чи при збільшенні швидкості від 36 до 72 км/год. Силу опору і час в обох випадках вважати однаковими.

24. Автомобіль масою 5 т рухається при гальмуванні рівносповільнено, при цьому протягом десяти секунд його швидкість зменшується від 72 км/год до 54 км/год. Знайти гальмівну силу.

25. Тіло масою 1 кг під дією сталої сили рухається прямолінійно. Залежність шляху, пройденого тілом від часу виражається рівнянням: $s=t^2+2t+2$. Знайти роботу сили за 5 с після початку дії.

26. Автомобіль вагою 10^4 Н зупиняється при гальмуванні за 5 с, пройшовши при цьому рівносповільнено відстань у 25 м. Знайти: 1) початкову швидкість автомобіля, 2) силу гальмування.

27. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 100 см згідно рівнянню: $s=8t–0,2t^3$. Знайти швидкість, тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу 2 с.

28. Суцільна кулька масою 400 г і радіусом 5 см обертається навколо осі, що проходить через центр. Закон обертання кульки має вид $\varphi=4+2t+t^2$. Знайти гальмівний момент.

29. Стержень масою 800 г і довжиною 1 м обертається навколо осі, що проходить через один із його кінців по закону $\varphi=2+t+t^2$. Знайти момент сили, що діє на другий його кінець.

30. Суцільний диск масою 200 г обертається навколо осі, що проходить через його центр мас під дією моменту сил 0,8 Н·см. Закон обертання має вид $\varphi=5–t+2t^2$. Визначити радіус диска.

31. Порожнистий циліндр обертається навколо осі, що співпадає з віссю циліндра, по закону $\varphi=10–5t+0,5t^2$. Знайдіть момент інерції і масу циліндра, якщо його радіус 5 см. Момент сили відносно осі обертання, діючий на циліндр 0,75 Н· м.

32. Швидкості двох абсолютно пружних куль до удару рівні 0,1 і 0,05 м/с, а їх маси відповідно рівні 3 і 4 кг. Знайти їх швидкості після удару.

33. Куля масою 4 кг рухається зі швидкістю 2 м/с і стикається з нерухомою кулею масою 1 кг. Обчислити роботу, що здійснюється внаслідок деформації куль при прямому центральному ударі. Кулі вважати непружними.

34. Кулька масою 100 г впала з висоти 2,5 м на горизонтальну плиту, маса якої набагато більша за масу кульки, і відскочила від неї вверх. Вважаючи удар абсолютно пружним, визначити імпульс, отриманий плитою.

35. Кулька масою 300 г вдарилася в стіну і відскочила від неї. Визначити імпульс, отриманий стіною, якщо в останній момент перед ударом кулька мала швидкість 10 м/с, спрямовану під кутом 30° до поверхні стіни. Удар вважати абсолютно пружним.

36. Тепловоз масою 40 т, рухаючись зі швидкістю 1 м/с, вдаряється в два нерухомих пружних буфери вагонів. Знайти найбільше стискання буфера вагона, якщо жорсткість пружини $5\cdot10^4$ Н/см.

37. Яку максимальну частину своєї кінетичної енергії може передати частинка масою $2\cdot10^{–22}$ г в результаті пружного удару з частинкою масою $6\cdot10^{–22}$ г, яка до зіткнення знаходилась в стані спокою?

38. Для того, щоб розтягнути пружину на 2 см, треба прикласти силу 40 Н. Яка робота здійснюється при стисканні пружини на 5 см?

39. На тіло діє сила $F=kx^2$. На скільки збільшиться потенціальна енергія тіла при його переміщенні з точки $x=0$ в точку $x=5$ см?

40. На тіло, що рухається із швидкістю 2 м/с, подіяла сила 2 Н в напрямку швидкості. Через 10 с після початку дії сили кінетична енергія тіла 100 Дж. Знайти масу тіла, приймаючи його за матеріальну точку.

41. Стержень масою 2 кг і довжиною 1 м може обертатись навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно стержню. В кінець стержня попадає куля масою 10 г, що летить перпендикулярно осі стержня зі швидкістю 500 м/с. Визначити кутову швидкість, з якою починає обертатись стержень, якщо куля застряє в ньому.

42. Два диски, що обертаються один над другим, розміщені горизонтально так, що площини їх паралельні, а центри лежать на одній вертикалі. Кутова швидкість і момент інерції першого диска рівна 10 рад/с і $2\cdot10^{–3}$ кг·м^2, а другого – відповідно 5 рад/с і $4\cdot10^{–3}$ кг·м^2. Перший диск падає на другий і система обертається як єдине ціле. Визначити кутову швидкість обертової системи і зміну кінетичної енергії дисків після падіння першого на другий.

43. Суцільний циліндр масою 10 кг котиться без ковзання зі сталою швидкістю 10 м/с. Визначити кінетичну енергію циліндра і час до його зупинки, якщо на нього подіє сила 50 Н.

44. Суцільна куля скочується по похилій площині довжина якої 10 м і кут нахилу 30^o. Визначити швидкість кулі в кінці похилої площини.

45. Порожнистий циліндр масою 2 кг котиться по горизонтальній поверхні зі швидкістю 20 м/с. Визначити силу, яку необхідно прикласти до циліндра, щоб зупинити його на шляху 1,6 м.

46. Маховик, що має форму диска масою 30 кг і радіусом 10 см обертається з частотою 300 $хв^{-1}$. Під дією сили тертя диск зупинився через 20 с. Знайти момент сили тертя, вважаючи його сталим.

47. Яку швидкість повинна мати куля, яка котиться без ковзання, щоб піднятись на похилій площині з кутом нахилу 30^0, на висоту 2 м, якщо сила опору рівна 0,2 ваги кулі? Знайти час підйому.

48. За умовою попередньої задачі визначити, з якою швидкістю і протягом якого часу куля скотиться назад.

49. Спочатку диск, а потім обруч скочуються з похилої площини з кутом нахилу 30^o до горизонту. Визначити їх прискорення.

50. Куля і суцільний циліндр мають однакову масу (по 5 кг) і рухаються з однаковою швидкістю 10 м/с. Знайти кінетичні енергії цих тіл.

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Молекулярна фізика і термодинаміка – розділи фізики, в яких вивчаються макроскопічні процеси в тілах, що зв'язані з великою кількістю атомів і молекул, з яких складаються тіла.

Молекулярна фізика вивчає будову і властивості речовини в різних агрегатних станах – твердому, рідкому та газоподібному, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень про те, що всі тіла складаються з атомів і молекул, які перебувають у неперервному тепловому русі.

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами.

У таблиці 2.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка».

Таблиця 2.1.

Основні формули з розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка»

Формула	Назва формули	Позначення
$pV=\frac{m}{\mu}RT$	Рівняння Менделєєва–Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)	p – тиск газу; V – об'єм газу; m – маса газу; μ – молярна маса; R – універсальна газова стала $\left(R=8{,}31\,\frac{Дж}{моль\cdot К}\right)$; T – абсолютна температура
$\nu=\frac{m}{\mu}=\frac{N}{N_A}$	Кількість речовини	m – маса газу; μ – молярна маса; N – кількість частинок у даній масі речовини; N_A – число Авогадро
$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$	Рівняння об'єднаного газового закону (рівняння Клапейрона)	p_1, p_2 – початковий і кінцевий тиск газу; V_1, V_2 – початковий і кінцевий об'єм газу
$p=p_1+p_2+...+p_n=\sum_{i=1}^{N}p_i$	Закон Дальтона	p – тиск суміші газів; p_i – парціальні тиски i-х газів суміші
$\mu=\frac{m_1+m_2+...+m_i}{\nu_1+\nu_2+...+\nu_i}$	Молярна маса суміші газів	ν_i – кількість речовини i-го газу суміші
$\langle\upsilon_{кв}\rangle=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$	середня квадратична швидкість молекул газу	
$\langle\upsilon\rangle=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$	Середня квадратична швидкість молекули газу	
$\upsilon_{йм}=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$	Найімовірніша швидкість молекули газу	
$p=\frac{1}{3}m_0n\langle\upsilon_{кв}^2\rangle$	Основне рівняння молекулярно-кінетичної	m_0 – маса молекули; n – концентрація атомів чи

Формула	Назва формули	Позначення
$p=\frac{2}{3}n\langle E_к\rangle$ $p=nkT$	теорії газу	молекул; $\langle \upsilon_{кв}\rangle$ середня квадратична швидкість молекул газу; $\langle E_к\rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули; k – стала Больцмана $\left(k=1{,}38\cdot10^{-23}\ \frac{Дж}{К}\right)$
$E_i=\frac{i}{2}kT$	Середня повна енергія теплового руху молекули	i – число ступенів вільності молекули газу ($i=i_{пост}+i_{об}+2i_{кол}$ – число поступальних, обертальних та коливальних ступенів вільності)
$p=p_0e^{-\frac{\mu gh}{RT}}=p_0e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$	Барометрична формула	p – тиск повітря на висоті h; p_0 – тиск повітря на поверхні Землі
$n=n_0e^{-\frac{m_0gh}{kT}}=n_0e^{-\frac{E_p}{kT}}$	Розподіл Больцмана молекул ідеального газу, що знаходяться в полі сили тяжіння Землі	n – концентрація молекул на висоті h; n_0 – концентрація молекул біля поверхні Землі; E_p – потенціальна енергія молекули на висоті h
$z=\sqrt{2}\pi d^2n\langle\upsilon\rangle$	Середнє число зіткнень молекули за 1с	d – ефективний діаметр молекули
$\langle\lambda\rangle=\frac{\langle\vartheta\rangle}{\langle z\rangle}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}$	Середня довжина вільного пробігу молекули	
$C_p=\frac{i+2}{2}R$	Молярна теплоємність при постійному тиску	i – число ступенів вільності молекули газу; R – універсальна газова стала
$C_V=\frac{i}{2}R$	Молярна теплоємність при постійному об’ємі	
$C_p-C_V=R$	Рівняння Майєра	
$\delta Q=dU+\delta A$	Перше начало термодинаміки	δQ – кількість теплоти, яка надається термодинамічній системі, dU – зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи, dA – робота, яка виконується термодинамічною системою проти зовнішніх сил

Формула	Назва формули	Позначення
$U=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT=\frac{m}{\mu}C_V T$	Внутрішня енергія ідеального газу	C_V – молярна теплоємність при постійному об’ємі
$pV^{\gamma}=const$ $TV^{\gamma-1}=const$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=const$	Рівняння Пуассона для адіабатного процесу	$\gamma=\frac{C_p}{C_V}$ показник адіабати, $\gamma=\frac{i+2}{i}$
$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{m}{M}RT\ln\frac{P_1}{P_2}$	Робота газу при ізотермічному процесі	
$A=p\left(V_2-V_1\right)=\frac{m}{M}R(T_2-T_1)$	Робота газу при ізобарному процесі	p_1, p_2 – початковий і кінцевий тиск газу; V_1, V_2 – початковий і кінцевий тиск об’єм газу; T_1, T_2 – початкова і кінцева температура газу
$A=\frac{m}{M}C_p\left(T_1-T_2\right)=$ $=\frac{m}{M}\frac{RT_1}{\left(\gamma-1\right)}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]=$ $=\frac{p_1V_1}{\left(\gamma-1\right)}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$	Робота газу при адіабатному процесі	
$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$	Коефіцієнт корисної дії циклу Карно	Q_1 – кількість теплоти отриманої від нагрівника, Q_2 – кількість теплоти відданої холодильнику, T_1 – температура нагрівника, T_2 – температура холодильника
$\Delta S=S_2-S_1=\int_1^2\frac{dQ}{T}$	Зміна ентропії	ΔS – різниця ентропій S_2 і S_1 у двох рівноважних станах

ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ

Задача 1. При розширенні 1 кг повітря виконує роботу, яка дорівнює 125 кДж. Визначити величину зміни температури повітря при підведенні 200 кДж теплоти. Залежність теплоємності від температури не враховувати.

Дано:

$m=1\,кг$

$\mu=29\cdot10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

$A=125\,кДж=125\cdot10^{3}\ Дж$

$Q=200\,кДж=200\cdot10^{3}\ Дж$

Знайти:

$\Delta T-?$

Розв’язок

Відповідно до першого закону термодинаміки, маємо:

$$Q = \Delta U + A,$$

де Q – кількість теплоти, що передається системі; ΔU – зміна внутрішньої енергії системи; A – робота, що виконується системою проти зовнішніх сил.

Запишемо вираз для ΔU:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\Delta T,$$

де i – число ступенів вільності (для повітря $i = 5$); m – маса газу; μ – молярна маса газу; $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ – універсальна газова стала; ΔT – зміна температури.

З двох останніх виразів можемо записати:

$$Q = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\Delta T + A.$$

Звідси:

$$\frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\Delta T = Q - A,$$

$$\Delta T = \frac{2\mu}{imR}(Q - A).$$

Перевіримо розмірність:

$$[\Delta T] = \frac{\frac{кг}{моль}}{кг \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К}} \cdot (Дж - Дж) = К.$$

Підставимо дані:

$$\Delta T = \frac{2 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 1 \cdot 8{,}31} \cdot \left(200 \cdot 10^3 - 125 \cdot 10^3\right) \approx 104{,}5\ К.$$

Відповідь: $\Delta T = 104{,}5\ К$.

Задача 2. В залізний котел масою 4,3 кг налита вода масою 7,8 кг. Яку кількість теплоти необхідно передати котлу з водою для зміни температури від $10\ ^0C$ до моменту закипання.

Дано:

$c_з = 460 \frac{Дж}{кг \cdot {}^0C}$

$m_к = 4{,}3\, кг$

$m_в = 7{,}8\, кг$

$c_в = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot {}^0C}$

$t_1 = 10\ ^0C$

$t_2 = 100\ ^0C$

Знайти:

$Q - ?$

Розв'язок

Кількість теплоти Q, яку необхідно надати речовині масою m, щоб нагріти її від температури t_1 до температури t_2, рівна:

$$Q = cm(t_2 - t_1), \qquad (1)$$

де c – питома теплоємність речовини.

Виходячи з (1), запишемо вираз для кількості теплоти Q_1, яку необхідно надати залізному котлу масою $m_к$, щоб нагріти його від температури t_1 до температури t_2,

$$Q_1 = c_з m_к (t_2 - t_1),$$

де $c_з$ – питома теплоємність заліза.

Виходячи з (1), запишемо вираз для кількості теплоти Q_2, яку необхідно надати залізному воді масою $m_в$, щоб нагріти її від температури t_1 до температури t_2,

$$Q_2 = c_в m_в (t_2 - t_1),$$

де $c_в$ – питома теплоємність води.

Тоді кількість теплоти, яку необхідно передати котлу з водою для зміни їх температури від $10\ ^0C$ до моменту закипання (до температури $t_2 = 100\ ^0C$), буде рівною:

$$Q = Q_1 + Q_2 = c_з m_к (t_2 - t_1) + c_в m_в (t_2 - t_1) = (c_з m_к + c_в m_в)(t_2 - t_1),$$

$$Q = (c_з m_к + c_в m_в)(t_2 - t_1).$$

Перевіримо розмірність:

$$[Q] = \left(\frac{Дж}{кг \cdot {}^0C} \cdot кг - \frac{Дж}{кг \cdot {}^0C} \cdot кг \right) \cdot \left({}^0C - {}^0C \right) = Дж.$$

Підставимо дані:

$Q = (460 \cdot 4{,}3 + 4200 \cdot 7{,}8) \cdot (100 - 10) = 3{,}13 \cdot 10^6\ Дж.$

Відповідь: $Q = 3{,}13 \cdot 10^6\ Дж.$

Задача 3. Знайти зміну ентропії при переході 8 г кисню від об'єму в 10 л при температурі 80 0С до об'єму в 40 л при температурі 300 0С, при сталому тиску.

Дано:

$m = 8\ г = 8 \cdot 10^{-3}\ кг$

$V_1 = 10\ л = 10^{-2}\ м^3$

$V_2 = 40\ л = 4 \cdot 10^{-2}\ м^3$

$T_1 = 80\ ^0C = 353\ K$

$T_2 = 300\ ^0C = 573\ K$

$p = const$

$\mu = 32 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

Знайти:

$\Delta S_1 - ?$

$\Delta S_2 - ?$

Розв'язок

Знайдемо зміну ентропії, виходячи з того, що об'єм газу змінився від V_1 до V_2. За означенням, зміна ентропії при переході системи із стану 1 у стан 2

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}, \qquad (1)$$

де dQ – кількість теплоти, яке надано газу; T – абсолютна температура, S_1 та S_2 – значення ентропії у початковому та кінцевому станах системи.

Оскільки, за умовою задачі, процес ізобарний ($p = const$), то кількість теплоти dQ можна визначити за формулою:

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_p dT, \tag{2}$$

де m – маса газу; μ – молярна маса газу; C_p – молярна теплоємність при постійному тиску, яка рівна:

$$C_p = \frac{i+2}{2} R \ , \tag{3}$$

де R =8,31 Дж/(моль·К) – універсальна газова стала; i – кількість ступенів вільності. Для кисню i=5.

Підставимо (3) у (2):

$$dQ = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} RdT.$$

Підставимо останній вираз в (1):

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} R \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} R \ln T\Big|_1^2 = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}. \tag{4}$$

Відповідно до умови завдання процес ізобарний ($p = const$), тому можемо скористатися законом Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \tag{5}$$

де T_1 і T_2 – відповідно початкова і кінцева температура; V_1 і V_2 – відповідно початковий і кінцевий об’єм газу.

З (5) знаходимо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Підставимо останній вираз в (4):

$$\Delta S = \Delta S_1 = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} R \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{6}$$

Знайдемо зміну ентропії, виходячи з того, що температура газу змінилася від T_1 до T_2. Як бачимо, з виразу (4) вона буде рівна:

$$\Delta S = \Delta S_2 = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}. \tag{7}$$

Перевіримо розмірність невідомої величини у формулах (6) і (7):

$$[\Delta S_1] = \frac{кг \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot м^3}{\frac{кг}{моль} \cdot м^3} = \frac{Дж}{К};$$

$$[\Delta S_2] = \frac{кг \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot К}{\frac{кг}{моль} \cdot К} = \frac{Дж}{К}.$$

Підставимо дані у (6) і (7):

$$\Delta S_1 = \frac{8\cdot10^{-3}}{32\cdot10^{-3}}\cdot\frac{5+2}{2}\cdot8{,}31\cdot\ln\frac{4\cdot10^{-2}}{10^{-2}} = 10{,}1\,\frac{Дж}{К};$$

$$\Delta S_2 = \frac{8\cdot10^{-3}}{32\cdot10^{-3}}\cdot\frac{5+2}{2}\cdot8{,}31\cdot\ln\frac{573}{353} = 3{,}52\,\frac{Дж}{К};$$

Відповідь: $\Delta S_1 = 10{,}1\,\frac{Дж}{К}$; $\Delta S_2 = 3{,}52\,\frac{Дж}{К}$.

Задача 4. У якому випадку К.К.Д. циклу Карно більше підвищиться: при збільшенні температури нагрівача на ΔT, чи при зменшенні температури холодильника на таку ж саму величину?

Дано:

ΔT

Знайти:

$\frac{\eta_2}{\eta_1}$ – ?

Розв'язок

Запишемо вираз для К.К.Д. машини, що працює за циклом Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \qquad (1)$$

де T_1 – температура нагрівника; T_2 – температура холодильника.

Розглянемо випадок, коли температура нагрівника збільшується на ΔT кельвінів. Виходячи з (1), запишемо вираз для К.К.Д. для цього випадку:

$$\eta_1 = \frac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1 + \Delta T}.$$

Розглянемо випадок, коли температура холодильника зменшиться на ΔT кельвінів. Виходячи з (1), запишемо вираз для К.К.Д. для цього випадку:

$$\eta_2 = \frac{T_1 - (T_2 - \Delta T)}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1}.$$

З останніх двох виразів можемо записати:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\dfrac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1}}{\dfrac{T_1 + \Delta T - T_2}{T_1 + \Delta T}} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1};$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}.$$

Як бачимо, $\eta_2 > \eta_1$, тобто К.К.Д. більше збільшиться у другому випадку.

Задача 5. Вертикальний скляний капіляр занурили в воду. Знайти радіус кривизни меніска, якщо висота стовпчика води у трубці (h=20 мм). Густина води 1 г/см3, коефіцієнт поверхневого натягу σ=73 мН/м. Змочування вважати повним.

Дано:

$h = 20\ мм = 0{,}02\ м$

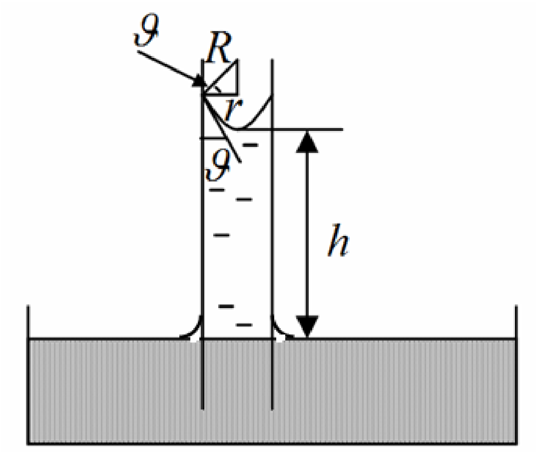
$\rho = 1\,\frac{г}{см^3} = 1000\,\frac{кг}{м^3}$

$\sigma = 73\,\dfrac{мН}{м} = 73\cdot10^{-3}\ \dfrac{Н}{м}$

Знайти:

$R - ?$

Розв'язок



Оскільки рідина змочує стінки капіляра, то на неї діє лапласівський тиск $p_л$, напрямлений вверх $p_л$:

$$p_л = \frac{2\sigma}{R},$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини; R – радіус сфери меніска.

Вода втягується в трубку до рівня, де коли відбувається зрівноважування з гідростатичним тиском $p_Г$ стовпа води:

$$p_Г = \rho g h,$$

де h – висота підняття рідини в капілярі; ρ – густина рідини; $g = 9{,}8\ \dfrac{м}{с^2}$ – прискорення вільного падіння.

Оскільки $p_л = p_Г$, то з двох останніх виразів можемо записати:

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}.$$

Звідси:

$$R = \frac{2\sigma}{\rho g h}.$$

За умовою задачі змочування повне, тому динамічний кут змочування $\vartheta = 0$.

Перевіримо розмірність невідомої величини:

$$[R] = \frac{\dfrac{Н}{м}}{\dfrac{кг}{м^3}\cdot\dfrac{м}{с^2}\cdot м} = \frac{\dfrac{кг\dfrac{м}{с^2}}{м}}{\dfrac{кг}{м}\cdot\dfrac{1}{с^2}} = м.$$

Підставимо дані:

$$R = \frac{2\cdot 73\cdot10^{-3}}{1000\cdot 9{,}8\cdot 0{,}02} = 744\cdot10^{-6}\ м.$$

Відповідь: $R = \dfrac{2\cdot 73\cdot10^{-3}}{1000\cdot 9{,}8\cdot 0{,}02} = 744\cdot10^{-6}\ м.$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Який об'єм при нормальних умовах займає суміш 4 кг гелію і 4 кг азоту?

2. В балоні об'ємом 5 л знаходиться 2 кг водню і 1 кг кисню. Знайти тиск суміші, якщо температура навколишнього середовища 7 ^{0}C?

3. У скільки разів густина повітря, що заповнює приміщення зимою (7 ^{0}C), більша за його густину літом (37 ^{0}C)? Тиск однаковий.

4. Який об'єм займають 10 кг кисню при тиску 750 мм.рт.ст і температурі 20 ^{0}C?

5. Який може бути найменший об'єм балону, що містить 6,4 кг кисню, якщо його стінки при температурі 20 ^{0}C витримує тиск 15,7 МПа?

6. Густина деякого газу при температурі 10 ^{0}C і тиску 0,2 Мпа рівна 0,34 кг/м^3. Чому дорівнює молярна маса цього газу?

7. В балоні об'ємом 10 л знаходиться стиснуте повітря при 27 ^{0}C. Після того як частину повітря випустили, тиск понизився на $2 \cdot 10^5$ Па. Знайти масу випущеного повітря. Процес вважати ізотермічним.

8. В посудині, що має форму кулі, радіус якої 0,2 м, знаходиться 80 г азоту. До якої температури можна нагрівати посудину , якщо її стінки витримують тиск $7 \cdot 10^5$ Па?

9. При якій температурі знаходиться газ, якщо при нагріванні його на 20 ^{0}C при сталому тиску об'єм збільшився в 2 рази? Для яких газів це можливо?

10. В балонах об'ємом 10 л і 22 л міститься газ. Тиск в першому балоні 1,2 МПа, в другому –1,6 МПа. Визначити загальний тиск газу після з'єднання балонів, якщо температура газу лишилась незмінною.

11. Який об'єм при нормальних умовах займає суміш 2 кг кисню і 1 кг азоту?

12. При температурі 27 ^{0}C і тиску $12 \cdot 10^{23}$ кПа густина суміші водню і азоту 10 г/дм^3. Визначити молярну масу суміші.

13. Балон об'ємом 15 л містить суміш водню і азоту при температурі 300 К і тиску 1,23 МПа. Маса суміші 145 г. Визначити масу водню і масу азоту.

14. В порожню посудину об'ємом 5 дм^3 впустили 3 дм^3 азоту під тиском 250 кПа і 4 дм^3 водню під тиском 50 кПа. Який тиск утвореної суміші?

15. Тиск ідеального газу 2 МПа, концентрація молекул $2 \cdot 10^3$ см$^{-3}$. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули і температуру газу.

16. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули неону, кисню і водяної пари при температурі 500 К.

17. Середня кінетична енергія поступального руху молекул газу рівна $5 \cdot 10^{-21}$ Дж. Концентрація молекул $3 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$. Визначити тиск газу.

18. Визначити середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули двохатомного газу, якщо сумарна кінетична енергія молекул 1 кмоля цього газу 6,02 МДж.

19. Скільки молекул водню знаходиться в посудині об'ємом 1 л, якщо середня квадратична швидкість руху молекул 500 м/с, а тиск на стінки посудини 1 КПа.

20. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху всіх молекул, що містяться в 0,25 г водню при температурі 27^{0}C.

21. Визначити концентрацію молекул ідеального газу при температурі 350 К і тиску 10^3 кПа.

22. Визначити температуру ідеального газу, якщо середня кінетична енергія поступального руху його молекул $2{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

23. У посудині об'ємом 500 см^3 знаходиться газ при температурі 45 ^{0}C. Внаслідок витікання газу із посудини просочилось 10^{21} молекул. На скільки понизився тиск газу в посудині?

24. Скільки молекул газу знаходиться в посудині об'ємом 20 л при нормальних умовах?

25. Скільки зіткнень за секунду в середньому зазнає молекула водню, що знаходиться в нормальних умовах?

26. Посудина об'ємом 10 л містить водень масою 20 г. Визначити середнє число зіткнень молекул за секунду, якщо температура газу 300 К.

27. У посудині об'ємом 1 л знаходиться 8 г кисню. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул.

28. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул азоту, якщо густина розрідженого газу $0,9 \cdot 10^{-6}$ кг/м^3.

29. При якому тиску середню довжину вільного пробігу молекул кисню рівна 1,25 м, якщо температура газу 47 ^{0}С?

30. Обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря при тиску 10^2 кПа і температурі 10 ^{0}С.

31. При якому процесі вигідніше проводити розширення вуглекислого газу – адіабатичному чи ізотермічному, якщо об'єм збільшується в 2 рази? Початкова температура в обох випадках однакова.

32. Знайти роботу і зміну внутрішньої енергії при адіабатичному розширенні 0,5 кг повітря, якщо його об'єм збільшився в 5 разів. Початкова температура 17 ^{0}С.

33. Визначити кількість теплоти, надану 14 г азоту, якщо він був ізобарично нагрітий від 37 до 187 ^{0}С. Яку роботу при цьому здійснить газ і як зміниться його внутрішня енергія?

34. У скільки разів збільшиться об'єм 2 молів водню при ізотермічному розширенні при температурі 27 ^{0}С, якщо при цьому була затрачена теплота 8 кДж?

35. Водень, що займає об'єм 4 л і знаходиться під тиском 10^5 Па, адіабатно стиснутий до об'єму 1 л. Знайти роботу стиску і зміну внутрішньої енергії водню.

36. Газ, що займає об'єм 10 л під тиском 0,5 МПа, ізобарно нагрівають від 323 до 473 К. Знайти роботу розширення газу.

37. При нагріванні 0,5 кмоль азоту було передано 1000 Дж теплоти. Знайти роботу розширення при сталому тиску.

38. Визначити яку кількість теплоти надати 440 г вуглекислого газу, щоб нагріти його на 10 К: а) ізохорно; б) ізобарно.

39. Яку кількість теплоти необхідно надати 1 моль кисню, щоб він здійснив роботу 10Дж: а) при ізотермічному процесі; б) при ізобарному.

40. Азот масою 1 кг при температурі 300 К стискають: а) ізотермічно; б) адіабатно, збільшуючи тиск в 10 разів. Визначити роботу затрачену на тиск в обох випадках.

41. Яка частина теплоти, отриманої від нагрівника, віддається холодильнику при прямому циклі Карно, якщо температура 500 К, температура холодильника 175 К?

42. Знайти ККД циклу, що складається з двох ізобар і двох адіабат, якщо температури характерних точок рівні: $T_1 = 370K$, $T_2 = 600K$, $T_3 = 500K$, $T_4 = 350K$. Розв'язок пояснити діаграмою $p - V$.

43. За рахунок 1 кДж теплоти, отриманого від нагрівника, машина що працює за циклом Карно здійснює роботу 0,5 кДж. Температура нагрівника 500 К. Визначити температуру холодильника.

44. При прямому циклі Карно теплова машина виконує роботу 200 Дж. Температура нагрівника 375 К, холодильника 300 К. Знайти кількість теплоти, що отримує машина від нагрівника.

45. Визначити, на скільки відсотків зміниться ККД прямого циклу Карно, якщо температура нагрівника 894 К, а температура холодильника зменшилась від 494 до 394 К.

46. Здійснюючи прямий цикл Карно, газ віддав холодильнику 25 % теплоти, отриманої від нагрівника. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівника 500 К.

47. Теплова машина працює за циклом Карно, ККД якого 0,2. Яким буде ККД цієї машини, якщо вона здійснить цей же цикл в зворотному напрямі?

48. Холодильна машина працює по оборотному циклу Карно, ККД якого 300 %. Яким буде ККД теплової машини, що здійснює прямий цикл Карно?

49. Визначити роботу ідеальної теплової машини за один цикл, якщо вона протягом циклу отримує від нагрівника 2095 Дж теплоти. Температура 500 К, холодильника 300 К.

50. Температура нагрівника теплової машини, що працює за циклом Карно 480 К, температура холодильника 390 К. Яка повинна бути температура нагрівника при незмінній температурі холодильника, щоб ККД машини збільшився в два рази?

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

Електростатика – це розділ фізики, який вивчає взаємодію заряджених тіл або частинок. *Електричний заряд (q)* – невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (електронів, протонів та ін.), що визначає їх взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем. Одиниця електричного заряду в СІ – Кулон [q] = Кл, 1 Кл=1А·с. Отже, електричний заряд – це не матерія, а лише властивість тіл, тобто заряд не може існувати окремо від тіла. *Точковий заряд* – це заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від цього тіла до інших заряджених тіл.

Існує два види електричних зарядів, які умовно називають *позитивними* і *негативними*. Заряди одного знака відштовхуються, різних знаків – притягуються. Властивості електричного заряду:

1. Заряд елементарних частинок є однаковий за величиною. Його називають елементарним зарядом $q_e=e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

2. Заряд тіла утворюється сукупністю елементарних зарядів, тому він є величиною, кратною e: $q = eN$, N=1,2,3… Ця властивість називається дискретністю електричного заряду.

3. Алгебрична сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою: $q_1 + q_2 + ... + q_N = const$, або $\sum_{i=1}^{N} q_i = const.$

Це твердження називається законом збереження електричного заряду.

4. Величина заряду не залежить від того, рухається заряд чи ні, тобто, заряд – величина інваріантна.

Електричне поле – це матеріальне середовище, що існує навколо заряджених тіл і проявляє себе силовою дією на заряди. Силовою характеристикою електричного поля є напруженість електричного поля. *Напруженість електричного поля* ($\vec{E}$) – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, що чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, що внесений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}}.$$

Одиниця напруженості електричного поля в СІ – $\frac{В}{м}$: $[E] = \frac{В}{м}$. $E = \frac{В}{м}$.

Потенціал (φ) – скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, що чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд:

$$\varphi = \frac{W_n}{q_{np}}.$$

В системі СІ потенціал вимірюється у вольтах: $[\varphi] = В$.

Магнітне поле – це особлива форма матеріальної взаємодії. Воно виникає: 1) між рухомими зарядженими частинками, 2) між провідниками зі струмом, 3) між струмом і рухомим зарядом. Магнітне поле – одна з форм електромагнітного поля. Завжди, коли існує змінне електричне поле, виникає й магнітне поле. Магнітне поле, характеристики якого не змінюються з часом, називається стаціонарним. Силовою характеристикою магнітного поля є вектор індукції магнітного поля $\vec{B}$. За напрям вектора магнітної індукції в місці розташування вільної маленької рамки зі струмом беруть напрям перпендикуляра до рамки. Останній визначають напрямом руху свердлика (правого гвинта), який потрібно обертати в напрямі струму в рамці.

Магнітна індукція $\left(\vec{B}\right)$ – це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює відношенню максимального обертаючого моменту $M_{\max}$, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі, до добутку сили струму I в контурі на його площу S:

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}.$$

В системі СІ індукція магнітного поля обчислюється у теслах: $[B] = Тл$.

У таблиці 3.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Електрика і магнетизм».

Таблиця 3.1.

Основні формули з розділу «Електрика і магнетизм»

Формула	Назва формули	Позначення
$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	Закон Кулона	F – сила взаємодії між двома точковими зарядами q_1 і q_2; r – відстань між зарядами; ε – відносна діелектрична проникність середовища; ε_0 – електрична стала ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{Ф}{м}$)
$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	Напруженість електричного поля точкового заряду	
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n$	Принцип суперпозиції електричних полів	$\vec{E}$ – результуюча напруженість електричного поля; $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, …, $\vec{E}_n$ – напруженості електричних полів, що створюються точковими зарядами q_1, q_2, …, q_n, відповідно
$\sigma = \frac{q}{S}$	Поверхнева густина заряду	q – електричний заряд, що охоплюється площею поверхні S
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля зарядженої нескінченної площини	
$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля двох паралельних заряджених площин	
$E = 0, \quad r < R$ $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}, \quad r > R$	Напруженість електричного поля зарядженої сфери	R – радіус сфери; r – відстань від точки до центра сфери

Формула	Назва формули	Позначення
$\Phi_E = E \cdot S\cos\alpha$	Потік вектора напруженості електричного поля	S – площа поверхні, що знаходиться в електричному полі; α – кут між нормаллю до поверхні та напрямком вектора E
$\varphi = \frac{W}{q}$, $\varphi = \frac{A_\infty}{q}$	Потенціал електростатичного поля	W – потенціальна енергія заряду q в полі; A_∞ – робота переміщення заряду силами поля з даної точки в нескінченність
$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$	Потенціал поля точкового заряду	r – відстань від заряду до точки
$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$	Робота електричного поля по переміщенню заряду з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2	U – напруга
$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + ... + \varphi_n$	Потенціал електричного поля, створеного системою n точкових зарядів	
$E = -\frac{d\varphi}{dl}; E = -grad\varphi$	Зв’язок потенціалу з напруженістю поля	$grad\varphi$ – градієнт потенціалу
$C = \frac{q}{\varphi}$	Електроємність ізольованого провідника	q – заряд провідника; φ – потенціал провідника
$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$	Електроємністю системи із двох провідників	q – заряд q одного із провідників; $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між провідниками
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	Електроємність плоского конденсатора	S – площа пластин конденсатора; d – відстань між пластинами конденсатора
$C = C_1 + C_2 + ... + C_n$	Електроємність батареї конденсаторів, з’єднаних паралельно	
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$	Електроємність батареї конденсаторів, з’єднаних послідовно	
$W = \frac{c\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Енергія зарядженого провідника	C – електроємність; q заряд провідника; φ – потенціал провідника
$W = \frac{cU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{U^2}{2C}$	Енергія зарядженого конденсатора	U – напруга між пластинами конденсатора
$I = \frac{dq}{dt}$	Миттєве значення сили струму	dq – заряд, що протікає через поперечний переріз

Формула	Назва формули	Позначення
		провідника за час dt
$I=\frac{q}{t}$	Сила постійного струму	
$j=\frac{I}{S}$	Густина електричного струму	S – площадка, перпендикулярна напрямку руху зарядів
$I=\frac{U}{R}$	Закон Ома для ділянки кола	R – зовнішній опір
$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$	Закон Ома для замкненого (повного) кола	ε – е.р.с. джерела струму; R – опір зовнішньої ділянки кола; r – внутрішній опір
$R=\frac{\rho l}{S}$	Опір однорідного провідника	ρ – питомий опір; l; S – довжина і поперечний переріз провідника
$\rho=\rho_0(1+\alpha t^0)$	Залежність питомого опору від температури	ρ і ρ_0 – питомий опір провідника відповідно при t^0 і 0^0C; α – температурний коефіцієнт опору
$A=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t$	Робота постійного струму	I – сила струму; U – напруга; R – опір кола
$P=IU=I^2R=\frac{U^2}{R}$	Потужність постійного струму	
$Q=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t$	Закон Джоуля–Ленца	Q – кількість теплоти, що виділилася за час t
$F=\frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$	Сила взаємодії двох паралельних провідників із струмами	μ_0 – магнітна стала ($\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\ Гн/м$); μ – магнітна проникність середовища; d – відстань між провідниками зі струмом; I_1, I_2 – сили струму у провідниках; l – довжина ділянки провідників
$F=IBl\sin\alpha$	Закон Ампера	I – сила струму, що протікає по провіднику; B– індукція магнітного поля; l – довжина провідника; α– кут, між напрямком вектора індукції магнітного поля та напрямком струму
$F=qB\vartheta\sin\alpha$	Сила Лоренца	q – електричний заряд; ϑ – швидкість руху заряду; α –

Формула	**Назва формули**	**Позначення**
		кут між напрямком вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ та швидкості $\vec{\upsilon}$
$dB = \frac{\mu_0 \mu I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl$	Закон Біо–Савара–Лапласа	dB – магнітна індукція, яку створює елемент струму Idl ; r – відстань від елемента струму до точки спостереження; α – кут між r і Idl
$B = \mu\mu_0 H$	Зв'язок індукції магнітного поля з напруженістю поля	
$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$	Індукція магнітного поля на осі кругового струму	a – відстань від площини витка до точки спостереження; R – радіус витка
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$	Індукція магнітного поля в центрі кругового струму	R – радіус витка
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}$	Індукція магнітного поля нескінченно довгого прямолінійного провідника зі струмом	a – відстань від провідника до точки спостереження
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$	Індукція магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом кінцевої довжини	α_1 і α_2 – кути, утворені прямими, проведеними з даної точки до кінців провідника
$B = \mu\mu_0 In$	Індукція магнітного поля усередині нескінченно довгого соленоїда (тороїда)	n – число витків на одиницю довжини соленоїда, $n = \frac{N}{l}$
$B = \frac{\mu_0 \mu In}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$	Індукція магнітного поля усередині соленоїда кінцевої довжини	α_1 і α_2 – кути між віссю соленоїда і радіус–вектором, проведеним із точки спостереження до кінців соленоїда
$p_м = IS$	Магнітний момент контуру зі струмом	S – площа контуру
$M = Bp_м \sin\alpha$	Механічний момент, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі	α – кут між вектором $\vec{B}$ і нормаллю до площини контуру
$\Phi = BScos\alpha$	Магнітний потік однорідного магнітного поля	S – площа контуру; α – кут між $\vec{B}$ та $\vec{n}$ (нормаль до S)
$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$	ЕРС індукції (закон Фарадея)	ε_i – електрорушійна сила електромагнітної індукції

Формула	Назва формули	Позначення
$\varepsilon_c = -L\dfrac{dI}{dt}$	ЕРС самоіндукції	L – індуктивність контуру
$L = \mu\mu_0 n^2 lS$	Індуктивність соленоїда	n – число витків на одиницю довжини соленоїда; l – довжина соленоїда; S – площа поперечного перерізу соленоїда
$\Phi = LI$	Зв'язок магнітного потоку із силою струму в контурі	L – індуктивність контуру
$W_м = \dfrac{LI^2}{2}$	Енергія магнітного поля	I – сила струму в контурі; L – індуктивність контуру
$\omega_м = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu\mu_0} = \dfrac{1}{2}BH$	Об'ємна густина енергії магнітного поля	B – індукція магнітного поля; H – напруженість поля
$A = I \cdot \Delta\Phi$	Робота по переміщенню контуру зі струмом у магнітному полі	$\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРИКИ І МАГНЕТИЗМУ

Задача 1. Сто сферичних крапель ртуті заряджені до однакового потенціалу 20 В. Всі краплі зливаються в одну велику. Визначити потенціал великої краплі.

Дано:

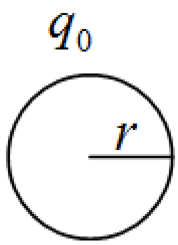
$N = 100$

$\varphi_0 = 20\ В$

Знайти:

$\varphi - ?$

Розв'язок



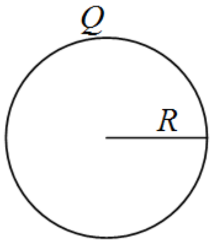
Запишемо вираз для потенціалу φ_0 однієї краплі ртуті:

$$\varphi_0 = k\frac{q_0}{r},$$

де $k = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$ – коефіцієнт пропорційності; q_0 – заряд однієї меншої краплі ртуті; r – радіус краплі.

Звідси:

$$q_0 = \frac{\varphi_0 r}{k}.$$



У результаті злиття N таких крапель в одну велику, заряд Q більшої краплі стане рівним:

$$Q = Nq_0 .$$

З двох останніх виразів можемо записати:

$$Q = N\frac{\varphi_0 r}{k} . \qquad (1)$$

Об'єм V_0 однієї маленької краплі рівний:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 .$$

Тоді їх загальний об'єм V_1 до злиття був рівним:

$$V_1 = NV_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 N .$$

Об'єм V_2 краплі, що утворилася у результаті злиття рівний:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 .$$

Оскільки $V_1 = V_2$, то з двох останніх виразів маємо:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 N .$$

Звідси:

$$R = \sqrt[3]{N} \cdot r . \qquad (2)$$

Запишемо вираз для потенціалу φ краплі ртуті, що вийшла у результаті злиття:

$$\varphi = k\frac{Q}{R} . \qquad (3)$$

Підставимо (1) і (2) у (3):

$$\varphi = k\frac{N\frac{\varphi_0 r}{k}}{\sqrt[3]{N} \cdot r} = \frac{\varphi_0 N}{\sqrt[3]{N}} ;$$

$$\varphi = \frac{\varphi_0 N}{\sqrt[3]{N}} .$$

Перевіримо розмірність невідомої величини:

$[\varphi] = [\varphi_0] = B$.

Підставимо дані:

$\varphi = \frac{20 \cdot 100}{\sqrt[3]{100}} \approx 431\,B$.

Відповідь: $\varphi = 431\,B$.

Задача 2. Електростатичне поле створюється нескінченною площиною, зарядженою рівномірно з поверхневою густиною σ=10 мкКл/м². Визначити різницю

потенціалів між двома точками цього поля, які лежать на відстанях x_1=20 см і x_2=60 см від площини.

Дано:

$\sigma = 10\ \frac{мкКл}{м^2} = 10^{-5}\ \frac{Кл}{м^2}$

$x_1 = 20\,см = 0{,}2\,м$

$x_2 = 60\,см = 0{,}6\,м$

Знайти:

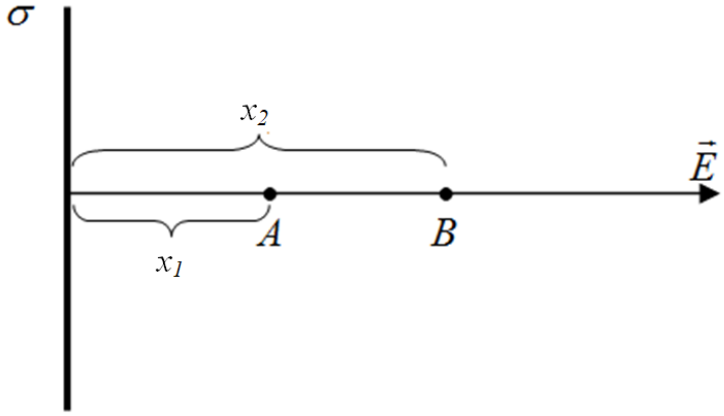
$\Delta\varphi - ?$

Розв'язок

Запишемо вираз для напруженості E поля, яке створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною заряду σ:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\ , \tag{1}$$

де: σ – поверхнева густина заряду площини; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{Ф}{м}$ – електрична стала; ε – діелектрична проникність середовища.



Запишемо зв'язок між напруженістю та потенціалом:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

Звідси:

$$d\varphi = -Edx\,,$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_{x_1}^{x_2} Edx\,,$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = E(x_2 - x_1), \tag{2}$$

де φ_1 – потенціал поля у деякій точці А, яка знаходиться на відстані x_1 від площини; φ_2 – потенціал поля у деякій точці В, яка знаходиться на відстані x_2 від площини.

Підставимо (1) у (2):

$$\Delta\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

Перевіримо розмірність невідомої величини:

$$[\Delta\varphi] = \frac{\frac{Кл}{м^2}\cdot м}{\frac{Ф}{м}} = \frac{Кл}{Ф} = В\ .$$

Підставимо дані:

$$\Delta\varphi = \frac{10^{-5}}{2\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot(0{,}6-0{,}2) = 2{,}26\cdot 10^{5}\ В$$

Відповідь: $\Delta\varphi = 2{,}26\cdot 10^{5}\ В$.

Задача 3. Тонкий довгий стержень довжиною l=10 см рівномірно заряджений з лінійною густиною 10 мкКл/м. Визначити напруженість електричного поля в точці С, розташованій на відстані а=5 см від стержня, симетрично відносно його кінців.

Дано:

$l = 10\ см = 0{,}1\ м$

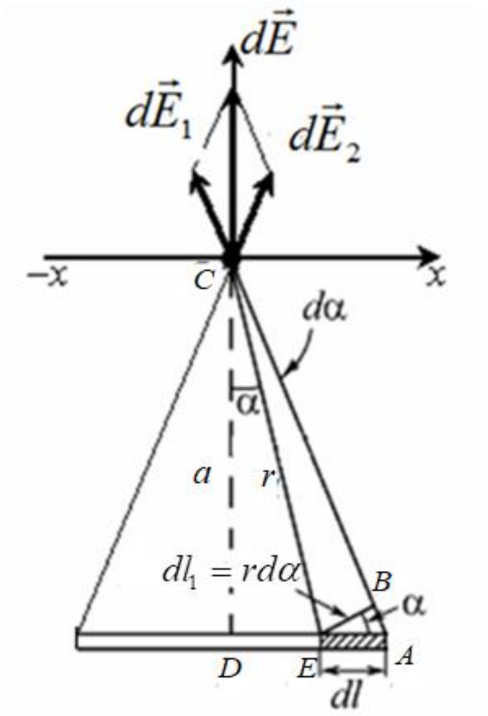
$\tau = 10\ \frac{мкКл}{м} = 10^{-5}\ \frac{Кл}{м}$

$a = 5\ см = 0{,}05\ м$

Знайти:

$E - ?$

Розв'язок



Розіб'ємо стержень довжиною l на нескінченно малі ділянки dl. Тоді заряди dq, що знаходяться на них, рівні:

$$dq = \tau dl, \tag{1}$$

де τ – лінійна густина.

Ці заряди можна вважати як точкові. Ці рівні за величиною заряди розташовані симетрично щодо осі симетрії стержня і рівновіддалені від точки *С*. Тому $dE_1 = dE_2$ і проекції векторів напруженості $d\vec{E}_1$ і $d\vec{E}_2$ на вісь *Ox* компенсують один одного. Отже, вектор $d\vec{E}$ напруженості електричного поля кожного елементарного заряду спрямований вздовж осі Оу і його модуль дорівнює:

$$dE_y = dE_1\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau dl}{r^2}\cos\alpha\,, \qquad (2)$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала.

Оскільки кут $d\alpha$ малий, то можна вважати, що хорда dl_1 співпадає з довжиною дуги кола радіусом r з центром у точці *C*:

$$dl_1 = rd\alpha\,. \qquad (3)$$

З трикутника *ABE* знаходимо:

$$dl = \frac{dl_1}{\cos\alpha}\,. \qquad (4)$$

Із двох останніх виразів маємо:

$$dl = \frac{rd\alpha}{\cos\alpha}\,. \qquad (5)$$

З трикутника *ADC* знаходимо:

$$r = \frac{a}{\cos\alpha}\,. \qquad (6)$$

Підставимо (5) у (2):

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau\dfrac{rd\alpha}{\cos\alpha}}{r^2}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau d\alpha}{r}\,. \qquad (7)$$

Підставимо (6) у (7):

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau d\alpha}{\dfrac{a}{\cos\alpha}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau\cos\alpha d\alpha}{a}\,. \qquad (8)$$

Звідси:

$$E_y = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{-\alpha}^{+\alpha}\cos\alpha d\alpha = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot\sin\alpha\Big|_{-\alpha}^{+\alpha} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot(\sin\alpha - \sin(-\alpha)) = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot 2\sin\alpha\,.$$

$$E = E_y = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a}\cdot\sin\alpha\,.$$

З трикутника DEC знаходимо:

$$\sin\alpha = \frac{CD}{OC} = \frac{\dfrac{l}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\dfrac{l}{2}\right)^2}} = \frac{2l}{2\sqrt{4a^2 + l^2}} = \frac{l}{\sqrt{4a^2 + l^2}}\,.$$

З двох останніх виразів маємо:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a}\cdot\frac{l}{\sqrt{4a^2 + l^2}}\,.$$

Перевіримо розмірність невідомої величини:

$$[E] = \frac{\dfrac{Кл}{м}\cdot м}{\dfrac{Ф}{м}\cdot м\cdot м} = \frac{Кл}{Ф\cdot м} = \frac{В}{м}\,.$$

Підставимо дані:

$$E = \frac{10^{-5}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}05} \cdot \frac{0{,}1}{\sqrt{4 \cdot 0{,}05^2 + 0{,}1^2}} = 2{,}54 \cdot 10^6 \ \frac{В}{м}$$

Відповідь: $E = 2{,}54 \cdot 10^6 \ \frac{В}{м}$.

Задача 4. Електрон, рухаючись у вакуумі вздовж силової лінії електричного поля, проходить між двома точками з різницею потенціалів 400 В. Після проходження цієї різниці потенціалів швидкість руху електрона стає рівною нулю. Визначте, якою була швидкість руху електрона, коли він потрапив в електричне поле, а також відстань, яку подолав електрон, якщо напруженість електричного поля становить 8 кВ/м.

Дано:

$\varphi_1 - \varphi_1 = 400 B$

$\vartheta_2 = 0$

$E = 8 \ \frac{кВ}{м} = 8000 \ \frac{В}{м}$

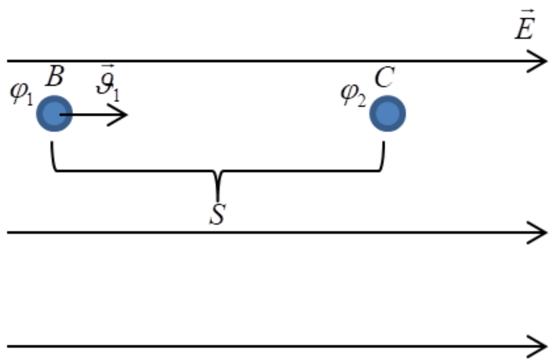
Знайти:

$\vartheta_1 - ?$

$S - ?$

Розв'язок

Оскільки електрон зупиняється, то його рух є рівносповільненим і він влітає в електричне поле у напрямку ліній напруженості електричного поля так, яка показано на малюнку.



Електрон зупиняється, а робота, яку виконує при цьому електричне поле рівна:

$$A = e(\varphi_1 - \varphi_1)\,, \tag{1}$$

де $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* – заряд електрона; φ_1 – потенціал електричного поля в точці, в якій влітає електрон в електричне поле (у точці *B*); φ_2 – потенціал електричного поля в точці, в якій зупиняється електрон (у точці C).

З іншої сторони, відповідно до теореми про кінетичну енергію, ця робота рівна:

$$A = W_{к2} - W_{к1} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}\,,$$

де $W_{к1} = \frac{m\vartheta_1^2}{2}$ – початкова кінетична енергія електрона (кінетична енергія електрона, яку він мав у точці *B*); ϑ_1 – початкова швидкість електрона (швидкість електрона у точці *B*);

$W_{к2} = \frac{m\vartheta_2^2}{2}$ – кінцева кінетична енергія електрона (кінетична енергія електрона, яку він мав у точці *C*); ϑ_2 – кінцева швидкість електрона (швидкість електрона у точці *C*); $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг* – маса електрона;

Оскільки електрон зупиняється, то $\vartheta_2 = 0$. Враховуючи це, останній вираз прийме вигляд:

$$A = -\frac{m\vartheta_1^2}{2}. \qquad (2)$$

З рівнянь (1) та (2) можемо записати:

$$-\frac{m\vartheta_1^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_1).$$

Звідси:

$$\vartheta_1 = \sqrt{-\frac{2}{m}e(\varphi_1 - \varphi_1)}. \qquad (3)$$

З іншої сторони, робота A рівна:

$$A = FS,$$

де F – сила, що діє на електричний заряд зі сторони електричного поля; S – відстань, яку пройде електричний заряд у полі.

Відомо, що:

$$F = eE,$$

де E – напруженість електричного поля.

З двох останніх виразів маємо:

$$A = eES. \qquad (4)$$

З виразів (1) та (4) маємо:

$$eES = e(\varphi_1 - \varphi_1).$$

Звідси:

$$S = \frac{\varphi_1 - \varphi_1}{E}. \qquad (5)$$

Перевіримо розмірність виразів (3) та (5):

$$[\vartheta_1] = \sqrt{\frac{Кл}{кг} \cdot В} = \sqrt{\frac{Дж}{кг}} = \sqrt{\frac{кг \cdot \frac{м}{с^2} \cdot м}{кг}} = \frac{м}{с};$$

$$[S] = \frac{В}{\frac{В}{м}} = м.$$

Підставимо дані в (3) та (5):

$$\vartheta_1 = \sqrt{-\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(-1{,}6 \cdot 10^{-19}\right) \cdot 400} = 1{,}2 \cdot 10^7 \ \frac{м}{с}.$$

$$S = \frac{400}{8000} = 0{,}05 \ м.$$

Відповідь: $\vartheta_1 = 1{,}2 \cdot 10^7 \ \frac{м}{с}$**;** $S = 0{,}05 \ м$**.**

Задача 5. Два паралельних нескінченно довгих проводи, якими протікають в одному напрямку струми силою *I* = 20 А, розташовані на відстані *d* = 10 см один від

одного. Визначити магнітну індукцію *B* поля в точці, що рівновіддалена від кожного із струмів і знаходиться на відстані *l*=20 см від прямої, що з'єднує ці два струми.

Дано:

$I_1 = I_2 = I = 20\ A$

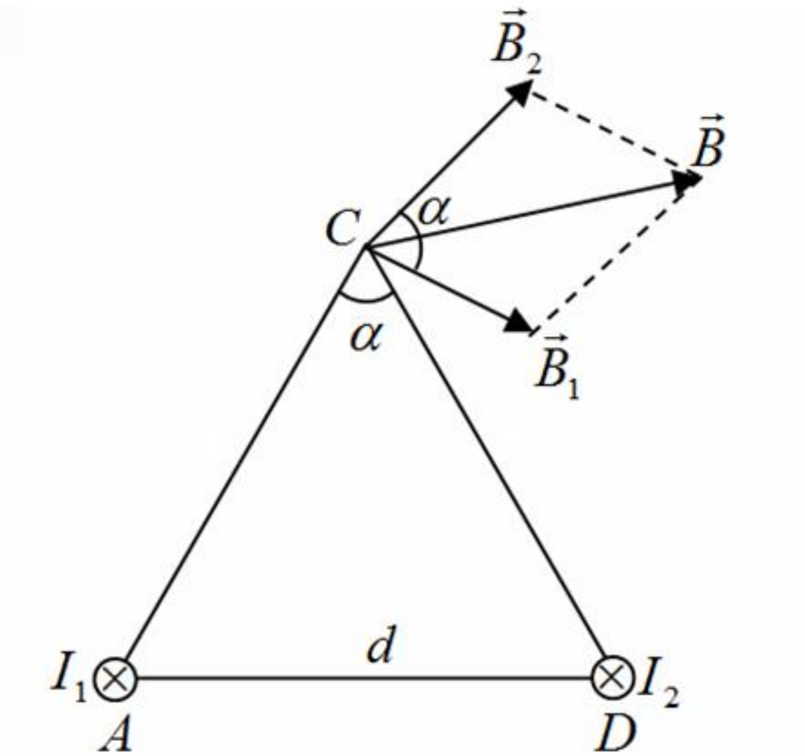
$d = 10\ см = 0{,}1\ м$

$l = 20\ см = 0{,}2\ м$

Знайти:

$B - ?$

Розв'язок



Нехай струми у провідниках йдуть так, як показано на малюнку. Відповідно до принципу суперпозиції результуюча індукція магнітного поля у певній точці C дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створюваних кожним струмом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

де: $\vec{B}_1$ – індукція магнітного поля, що створюється струмом I_1, $\vec{B}_2$ – індукція магнітного поля, що створюється струмом I_2. Напрямок ліній індукції магнітного поля визначається за допомогою правила буравчика.

Модуль вектора $\vec{B}$ знайдемо із теореми косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\ . \tag{1}$$

Величина індукції магнітного поля, що створюється нескінченно довгим прямим провідником зі струмом I на відстані l від провідника, визначається формулою:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi l},$$

де μ – магнітна проникність середовища (у нашому випадку $\mu = 1$); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Гн}{м}$ – магнітна стала.

Виходячи з останньої формули запишемо вирази для B_1 і B_2:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi l}, \tag{2}$$

$$B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi l}. \tag{3}$$

Обчислимо $\cos\alpha$ по теоремі косинусів ($\angle\alpha = \angle B_2CB_1$ як кути з відповідно перпендикулярними сторонами). З трикутника ADC можемо записати:

$$d^2 = l^2 + l^2 - 2l \cdot l\cos\alpha,$$

де d – відстань між провідниками. Звідси:

$$\cos\alpha = \frac{2l^2 - d^2}{2l^2}. \tag{4}$$

Підставимо вирази (2), (3) і (4) в (1):

$$B = \sqrt{\left(\frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi l}\right)^2 + \left(\frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi l}\right)^2 + 2\cdot\frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi l}\cdot\frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi l}\cdot\left(\frac{2l^2 - d^2}{2l^2}\right)} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{2\pi l}\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_1\cdot\left(\frac{2l^2 - d^2}{2l^2}\right)}.$$

Враховуючи, що $I_1 = I_2 = I$, останній вираз набуде вигляду:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi l}\sqrt{I^2 + I^2 + 2I\cdot I\cdot\left(\frac{2l^2 - d^2}{2l^2}\right)} = \frac{\mu\mu_0}{2\pi l}\sqrt{2I^2 + 2I^2\cdot\left(\frac{2l^2 - d^2}{2l^2}\right)} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi l}\sqrt{2I^2 + I^2\cdot\left(\frac{2l^2 - d^2}{l^2}\right)} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi l}\sqrt{2 + \frac{2l^2 - d^2}{l^2}} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi l}\sqrt{\frac{4l^2 - d^2}{l^2}}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi l}\sqrt{\frac{4l^2 - d^2}{l^2}}$$

Перевіримо розмірність:

$$[B] = \frac{\frac{Гн}{м}\cdot A}{м}\cdot\sqrt{\frac{м^2 - м^2}{м^2}} = \frac{Гн\cdot A}{м^2} = \frac{\frac{B\cdot c}{A}\cdot A}{м^2} = \frac{B\cdot c}{м^2} = Тл.$$

Підставимо дані в останній вираз:

$$B = \frac{1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\pi\cdot 0{,}2}\sqrt{\frac{4\cdot 0{,}2^2 - 0{,}1^2}{0{,}2^2}} = 37\cdot 10^{-6}\ Тл = 37\ мкТл.$$

Відповідь: $B = 37\ мкТл$.

Задачі для самостійного розв’язання

1. Два заряди перебуваючи на відстані 5 см, взаємодіють з силою 120 мкН. Ті ж заряди в рідині на відстані 10 см взаємодіють з силою 15 мкН. Визначте діелектричну проникність рідини.
2. Знайти відстань між двома однаковими електричними зарядами, розміщеними в маслі з діелектричною проникністю 4, якщо сила взаємодії між ними така ж, як і у вакуумі на відстані 40 см.
3. Два точкові заряди, знаходячись в повітрі, на відстані 20 см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані потрібно розмістити ці заряди в маслі, щоб отримати ту ж силу взаємодії?

4. Два позитивних точкових заряди q і $4q$ закріплені на відстані 60 см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, яка проходить через заряди, слід розмістити третій заряд q_1, так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою.

5. У центрі квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по $2,33 \cdot 10^{-9}$ Кл, поміщений негативний заряд. Знайти величину цього заряду, якщо результуюча сила, діюча на кожний заряд, рівна нулю.

6. Якщо в центр квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по +1 нКл, помістити від'ємний заряд, то результуюча сила, яка діє на кожний заряд, буде рівна нулю. Обчислити числове значення від'ємного заряду.

7. Знайти напруженість електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами $8 \cdot 10^{-9}$ Кл і $-6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Відстань між зарядами рівна 10 см; $\varepsilon = 1$.

8. Відстань між двома точковими зарядами $+8$ нКл і $-5,3$ нКл рівна 40см. Обчислити напруженість поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Чому рівна напруженість, якщо другий заряд буде позитивним?

9. Електричне поле створене двома точковими зарядами 10 нКл і –20 нКл, що знаходяться на відстані 20 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, яка віддалена від першого заряду на 30 см і від другого на 50 см.

10. Заряди по 2 нКл розміщені у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 20 см. Рівнодійна сил, діючих на четвертий заряд, що розміщений на середині однієї із сторін трикутника, рівна 0,6 мкН. Визначити цей заряд, напруженість і потенціал поля в точці його розміщення.

11. На відстані 16 м один від одного в повітрі знаходяться два заряди по 4 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в точці, яка знаходиться на відстані 10 см від обох зарядів.

12. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені заряди по 1 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в центрі квадрату, якщо один із зарядів відрізняється знаком від інших.

13. Відстань між двома точковими зарядами $7,5 \cdot 10^{-9}$ Кл і $-14,67 \cdot 10^{-9}$ Кл рівна 5с м. Знайти напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 3 см від позитивного заряду і 4 см від негативного заряду.

13. Два однакових позитивних заряди 10^{-7} Кл розміщені в повітрі на відстані 8 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, що лежить на середині відрізка, який сполучає заряди, і в точці, розміщеній на відстані 5 см від зарядів.

14. У вертикально направленому електричному полі помістили порошинку масою 10^{-9} г із зарядом $2 \cdot 10^{-12}$ Кл. Яка напруженість поля, якщо силу тяжіння, що діє на порошинку, зрівноважує сила з боку електричного поля.

15. Яку прискорюючу різницю потенціалів пролетів електрон, якщо він отримав швидкість $4 \cdot 10^{6}$ м/с?

16. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені рівні однойменні заряди. Потенціал створеного ними поля в центрі квадрату рівний 50 В. Визначити величину заряду.

17. В електричному полі потенціали точок A і B рівні φ_A=0,3 кВ і φ_B=1,2 кВ. Яку роботу необхідно здійснити для того, щоб додатній заряд 30 нКл перемістити з точки A в точку B?

18. Кулька масою 40 мг, заряджена позитивним зарядом 1 нКл, рухається з швидкістю 10 см/с. На яку відстань може наблизитися кулька до позитивного точкового заряду 1,33 нКл?

19. На яку відстань можуть наблизитися два електрони, якщо вони рухаються назустріч один одному з відносною швидкістю, рівною 108 см/с?

20. Дві кульки з зарядами 6,67 нКл і 13,33 нКл знаходяться на відстані 40 см. Яку роботу слід виконати, щоб наблизити їх до відстані 25 см?

21. Яку роботу здійснюють сили поля, якщо однойменні заряди 3 і 5 нКл, які знаходились на відстані 5 см, розійшлись на відстань 10 см?

22. Яку роботу потрібно здійснити, щоб заряди 5 і 2 нКл, які знаходились на відстані 1 м, зблизити до 0,1 м?

23. Пилинка масою $4 \cdot 10^{-15}$ кг знаходиться в рівновазі між горизонтально розміщеними обкладками плоского конденсатора. Різниця потенціалів між обкладками 245 В, а відстань між ними 1 см. Визначити, в скільки разів заряд пилинки більший за елементарний заряд.

24. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться у рівновазі при напруженості електричного поля E=600 В/см. Заряд краплі рівний $8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Знайти радіус краплі.

25. Сила взаємодії між двома паралельними нескінченно довгими провідниками, по яких проходять струми силою 1 *А,* рівна 0,1 на 1 м їх довжини. Яка відстань між провідниками?

26. Прямолінійний провідник довжиною 10 см, по якому тече струм 10 А, перебуває в магнітному полі з індукцією В=1 Тл перпендикулярно до ліній індукції. Яка сила діє на провідник?

27. Прямолінійний провідник зі струмом поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією B=0,2 Тл. Визначте силу, яка діє на провідник, якщо довжина провідника l=10 см, сила струму I=3 А, а напрям струму складає з напрямом поля кут α=30°.

28. Прямий провідник, яким протікає струм силою 1000 А, розміщений між полюсами електромагніту перпендикулярно до силових ліній. З якою силою діє поле на одиницю довжини провідника? Індукція магнітного поля рівна 1 Тл.

29. Прямий провідник довжиною 10 см, яким тече струм 20 А, перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією 0,01 Тл. Який кут між напрямком поля і напрямком струму, якщо на провідник діє сила 10^{-2} Н?

30. Провідник масою 1 г і довжиною 7,8 см знаходиться в рівновазі в горизонтальному магнітному полі напруженістю 10^5 А/м. Визначити силу струму в провіднику, якщо він перпендикулярний до ліній індукції поля і знаходиться у вільному стані.

31. Однорідне магнітне поле напруженістю 225 А/м діє на вміщений в нього провідник довжиною 50 см з силою 10^{-4} Н. Яка сила струму в провіднику, якщо кут між напрямком струму та вектором індукції магнітного поля 45°?

32. Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі напруженістю 10^5 А/м. Обчислити період обертання електрона.

33. Двічі іонізований атом гелію (α-частинка) рухається в однорідному магнітному полі Н=10^5 А/м по колу радіусом 10 см. Знайти швидкість α–частинки.

34. Визначити силу Лоренца, що діє на електрон, який влетів в магнітне поле під кутом 30°. Індукція поля рівна 0,2 Тл, швидкість електрона $4 \cdot 10^6$ м/с.

35. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,02 Тл по колу радіусом 1 см. Визначити кінетичну енергію електрона в джоулях і електрон-вольтах.

36. Електрон, енергія якого 300 еВ, рухається перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля напруженістю 465 А/м. Визначити силу Лоренца, швидкість і радіус траєкторії електрона.

37. Момент імпульсу протона в однорідному магнітному полі напруженістю 20 кА/м рівний $6{,}6 \cdot 10^{-23}$ кг·м^2/с. Визначити кінетичну енергію протона, якщо він рухається перпендикулярно до ліній індукції поля.

38. Протон рухається в магнітному полі напруженістю 10^5 А/м по колу радіусом 2 см. Визначити кінетичну енергію протона.

39. Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів 600 В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією 0,3 Тл і почав рухатись по колу. Обчислити радіус траєкторії протона.

40. Заряджена частинка зі швидкістю $2\cdot10^6$ м/с влетіла в однорідне магнітне поле (В=0,52 Тл). Знайти відношення заряду частинки до її маси, якщо частинка описала дугу радіусом 4 см.

41. Електрон і протон, при скорені однаковою різницею потенціалів, потрапляють в однорідне магнітне поле. Порівняти радіуси кривизни траєкторій протона R_1 та електрона R_2. Маса протона в 1840 разів більша маси електрона.

42. На відстані 3 мм паралельно до прямолінійного довгого провідника рухається електрон з кінетичною енергією 500 еВ. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пропустити струм 10 А?

43. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл перпендикулярно до силових ліній. Визначити силу, яка діє на електрон з боку поля, якщо радіус кривизни траєкторії 0,5 м.

44. Визначити радіус дуги кола, якою рухається протон в магнітному полі з індукцією $1{,}5\cdot10^{-2}$ Тл. Швидкість протона $2\cdot10^6$ м/с.

45. Частинка, що несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією 0,5 Тл. Визначити момент імпульсу частинки в магнітному полі, якщо її траєкторія є дугою з радіусом 0,2 м.

46. Заряджена частинка, рухаючись в магнітному полі по дузі радіусом 2 см, пройшла через свинцеву пластинку. Внаслідок втрати енергії частинкою, радіус траєкторії частинки став 1 см. Визначити відносну зміну енергії частинки.

47. По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках, відстань між якими 50 см, в одному напрямку течуть струми 5 і 10 *А*. Визначити відстань від провідника з меншим струмом до геометричного місця точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю.

48. Розв’язати попередню задачу для випадку, якщо струми течуть в протилежних напрямках.

49. По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках течуть струми 5 і 10 А в одному напрямку. Геометричне місце точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю, знаходиться на відстані 10 см від провідника з меншим струмом. Визначити відстань між провідниками.

50. Струм у 20 А йде по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти індукцію магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і віддалена від вершини кута на відстань 10 см.

РОЗДІЛ 4. ОПТИКА

Оптикою називається розділ фізики, в якому вивчаються явища і закономірності, що пов'язані з утворенням, поширенням і взаємодією з речовиною світлових електромагнітних хвиль. Під світлом розуміють електромагнітні хвилі таких довжин, які сприймаються оком людини. Ці хвилі мають довжину від $3{,}8\cdot10^{-7}$ до $7{,}6\cdot10^{-7}$ м. Такий діапазон хвиль називають видимим діапазоном. Хвилі з довжиною меншою за $3{,}8\cdot10^{-}7$ м називають ультрафіолетовими, більшою за $7{,}6\cdot10^{-7}$ м – інфрачервоними.

Оптику поділяють на геометричну та фізичну. В основі геометричної оптики лежать уявлення про прямолінійність поширення світла в однорідному середовищі. Напрямок поширення світлових пучків задається за допомогою абстрактної моделі – світлового променя.

Фізична оптика поділяється на хвильову та квантову. У хвильовій оптиці розглядаються явища, в яких проявляється хвильова природа світла (інтерференція, дифракція). Основним поняттям хвильової оптики є поняття електромагнітної хвилі. У квантовій оптиці розглядаються явища, в яких вивчається квантова природа світла (квант – порція енергії).

Основним поняттям квантової оптики є поняття фотона. Фотон – це окрема назва світлового кванта електромагнітного поля, тому що він під час випромінювання, поширення в просторі, а також в момент взаємодії з речовиною поводить себе так, як класична елементарна частинка. Фотон не має маси спокою й може існувати тільки в русі зі швидкістю світла.

У таблиці 4.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Оптика».

Таблиця 4.1.

Основні формули з розділу «Оптика»

Формула	**Назва формули**	**Позначення**
$n=\dfrac{c}{\vartheta}=\sqrt{\varepsilon\mu}$	Абсолютний показник заломлення середовища	c – швидкість світла у вакуумі; υ – фазова швидкість електромагнітної хвилі у середовищі; ε і μ – діелектрична та магнітна проникності речовини
$n_{21}=\dfrac{n_2}{n_1}=\dfrac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$	Відносний показник заломлення двох середовищ – (показник заломлення другого середовища відносно першого)	n_2 та n_1 – абсолютні показники заломлення другого та першого середовища
$\sin\alpha_{гр}=n_{21}$	Граничний кут повного внутрішнього відбиття (кут, при якому заломлений промінь ковзає по границі двох середовищ)	n_{21} – відносний показник заломлення двох середовищ
$L=nl$	Оптична довжина шляху світлової хвилі	де l – геометрична довжина шляху світлової хвилі у середовищі з показником заломлення n

Формула	Назва формули	Позначення
$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l_2 - n_1 l_1$	Оптична різниця ходу двох світлових хвиль	n_2 та n_1 – абсолютні показники заломлення середовищ, в яких поширюються хвилі
$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$	Зв'язок різниці фаз із оптичною різницею ходу світлових хвиль	λ – довжина світлової хвилі
$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$	Закон Снелліуса для заломлення світла	n_{21} – відносний показник заломлення
$\Delta = \pm k\lambda$, $(k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження інтерференційних максимумів	k – порядок інтерференції
$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$, $(k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження інтерференційних мінімумів	
$\Delta X = \frac{L}{d}\lambda$	Ширина інтерференційної смуги у дослідах Юнга	де L – відстань від щілини до екрану, на якому спостерігається інтерференція; d – відстань між щілинами
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda}{2}$ або $\Delta = 2dn\cos\gamma \pm \frac{\lambda}{2}$	Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбиванні монохроматичного світла від тонкої плівки (береться знак „+" при відбитті від менш оптично густого середовища, а знак „–"– при відбитті від більш оптично густого середовища)	де d – товщина плівки; n – показник заломлення плівки; α – кут падіння; γ – кут заломлення світла в плівці
$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}}$, $(k = 1, 2, ...)$	Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі та темних кілець у прохідному світлі	де k – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи
$r_k = \sqrt{kR\lambda}$, $(k = 1, 2, ...)$	Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі та світлих кілець у прохідному світлі	де k – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи
$b\sin\varphi = \pm k\lambda$, $(k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження дифракційних мінімумів при дифракції на одній щілині	k – номер мінімуму; φ – кут дифракції; b – ширина щілини
$b\sin\varphi = \pm\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$, $(k = 0, 1, 2, ...)$	Умова спостереження дифракційних максимумів при дифракції на одній щілині	k – номер максимуму; φ – кут дифракції; b – ширина щілини
$d\sin\varphi = \pm k\lambda$, $(k = 0, 1, 2, ...)$	Умова спостереження головних дифракційних	де d – період дифракційної решітки; k

Формула	Назва формули	Позначення
	мінімумів при дифракції на решітці	– порядок максимуму
$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$	Роздільна здатність дифракційної решітки	$\Delta\lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, при якій ці лінії у спектрі можуть спостерігатися роздільно; λ – довжина хвилі, поблизу якої проводяться вимірювання; N – загальна кількість щілин решітки
$I_p=I_A\cos^2\varphi$	Закон Малюса	I_p – інтенсивність світла, що пройшло через поляризатор, I_A – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор, φ – кут між площинами головних перерізів поляризатора P та аналізатора A
$tgi_Б=n_{21}$	Закон Брюстера	$i_Б$ – кут падіння, за якого промінь, котрий відбився від діелектрика, є повністю поляризованим; n_{21} – відносний показник заломлення
$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$	Формула тонкої лінзи	d – відстань від предмета до лінзи, f – відстань від лінзи до зображення, F – фокусна відстань
$D=\frac{1}{F}$	Оптична сила лінзи	F – фокусна відстань
$Г=\frac{H}{h}=\frac{f}{d}$	Лінійне збільшення лінзи	H – висота зображення, h – висота предмета, d – відстань від предмета до лінзи, f – відстань від лінзи до зображення
$I=\frac{\Phi}{\Omega}$	Сила світла	Φ – світловий потік; Ω – тілесний кут
$E=\frac{\Phi}{S}$	Освітленість поверхні	Φ – світловий потік; S – площа поверхні, яка освітлюється
$E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha$	Освітленість поверхні точковим джерелом світла	I – сила світла; r – відстань від джерела світла до місця падіння

Формула	Назва формули	Позначення
		променя; α – кут падіння променя
$h\nu = A_{вих} + \frac{m\upsilon^2}{2}$	Рівняння Ейнштейна для фотоефекту	ν – частота світла; h – стала Планка; m – маса електрона; υ – швидкість електрона; A – робота виходу

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ОПТИКИ

Задача 1. Побудуйте зображення предмета висотою 2,4 см у збиральній лінзі з фокусною відстанню 2,4 см, якщо предмет стоїть на відстані 7,2 см від лінзи.

Дано:

$h = 2{,}4\, см$

$F = 2{,}4\, см$

$d = 7{,}2\, см$

Знайти:

$f - ?$

$H - ?$

Розв'язок

Запишемо формулу тонкої лінзи та знайдемо на якій відстані від лінзи буде знаходитись зображення предмета:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

d – відстань від предмета до лінзи; f – відстань від зображення до лінзи; F – фокусна відстань.

Звідси:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d},$$

$$\frac{1}{f} = \frac{d - F}{dF},$$

$$f = \frac{dF}{d - F}.$$

$$f = \frac{7{,}2 \cdot 2{,}4}{7{,}2 - 2{,}4} = 3{,}6\, см.$$

Збільшення лінзи Γ можна знайти за формулою:

$$\Gamma = \frac{H}{h},$$

де H – висота зображення; h – висота предмета, або за формулою:

$$\Gamma = \frac{|f|}{|d|}.$$

Із двох останніх формул можемо записати:

$$\frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|}.$$

Звідси:

$$H = \frac{|f|}{|d|} \cdot h.$$

Підставимо дані:

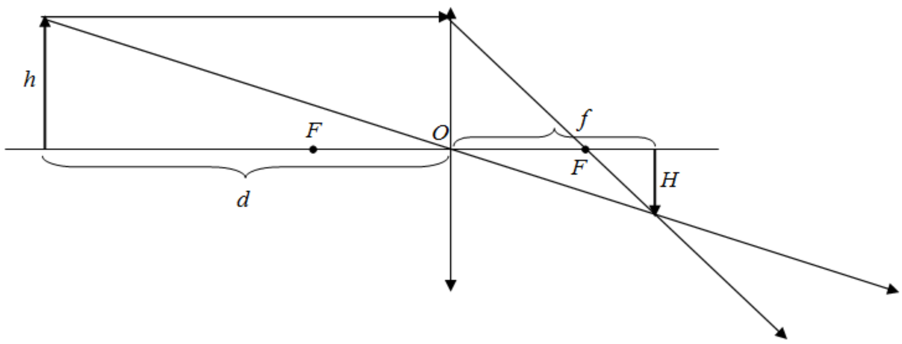
$$H = \frac{3{,}6}{7{,}2} \cdot 2{,}4 = 1{,}2\ см.$$

Для побудови зображення в лінзі використаємо найпростіші в побудові промені:

1 – промінь, який проходить через оптичний центр О лінзи – не заломлюється та не змінює свого напрямку;

2 – промінь, паралельний головній оптичній осі лінзи, – після заломлення в лінзі йде через фокус F;

Побудуємо зображення:



Задача 2. На дифракційну гратку з періодом 2,4 мкм падає монохроматичне світло довжиною хвилі 400 нм. Визначте, під яким кутом видно третій дифракційний максимум.

Дано:

$d = 2{,}4\ мкм = 2{,}4 \cdot 10^{-6}\ м$

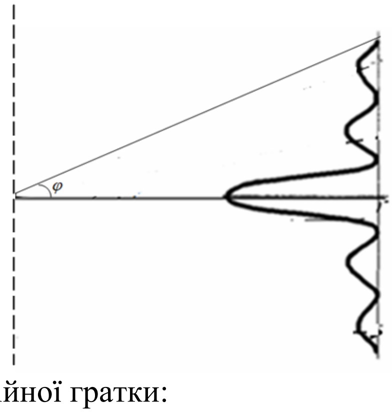
$\lambda = 400\ нм = 4 \cdot 10^{-7}\ м$

$k = 3$

Знайти:

$\varphi - ?$

Розв'язок



Запишемо формулу дифракційної гратки:

$$d \cdot \sin\varphi = k\lambda,$$

де d – період дифракційної гратки; φ – кут, між напрямком на дифракційний максимум і нормаллю до гратки; $k = 0, 1, 2, \ldots$ – порядок максимуму; λ – довжина хвилі.

Звідси:

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d},$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d}\right).$$

Підставимо дані:

$\varphi = \arcsin\left(\dfrac{3\cdot 4\cdot 10^{-7}}{2{,}4\cdot 10^{-6}}\right) = 0{,}5$;

$\varphi = 30^0$.

Відповідь: $\varphi = 30^0$.

Задача 3. Відстань $\Delta r_{2,1}$ між другим і першим темними кільцями Ньютона у відбитому світлі 1 мм. Визначити відстань $\Delta r_{10,9}$ між десятим і дев'ятим кільцями.

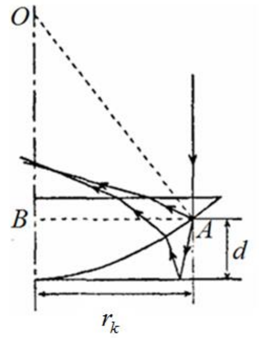
Дано:

$\Delta r_{2,1} = 1\,мм = 10^{-3}\,м$

Знайти:

$\Delta r_{10,9} - ?$

Розв'язок



Поява кілець Ньютона обумовлена інтерференцією світлових пучків, відбитих від двох поверхонь тонкого повітряного прошарку між лінзою та пластинкою. Оптична різниця ходу променів дорівнює:

$$\Delta d = 2h\cdot n, \tag{1}$$

де n – абсолютний показник заломлення повітря. Доданок $\dfrac{\lambda}{2}$ враховує, що при відбитті променя від оптично більш густого середовища фаза коливань змінюється на протилежну. Враховуючи, що для повітря $n=1$, вираз (1) перепишемо так:

$$\Delta d = 2h + \frac{\lambda}{2}. \tag{2}$$

З прямокутного трикутника АВО можемо записати:

$$R - d = \sqrt{R^2 - r_k^2}, \tag{3}$$

де R – радіус лінзи; r_k – радіус k-го кільця Ньютона; d – товщина повітряного проміжку в тому місці, де у відбитому світлі спостерігається світле кільце.

Оскільки, $r_k << R$, то можемо записати:

$$\sqrt{R^2 - r_k^2} = R - \frac{r_k^2}{2R}.$$

Тоді вираз (3) перепишемо так:

$$R-h=R-\frac{r_k^2}{2R}.$$

Звідси:

$$h=\frac{r_k^2}{2R}. \tag{4}$$

Запишемо умову інтерференційного мінімуму:

$$\Delta d=(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{5}$$

де k – порядок інтерференційного мінімуму.

Із виразів (2) і (5) можемо записати:

$$2h+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2h+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}.$$

Звідси:

$$h=\frac{k\lambda}{2}. \tag{6}$$

З виразів (4) і (6) можемо записати:

$$\frac{r_k^2}{2R}=\frac{k\lambda}{2}.$$

Звідси:

$$r_k=\sqrt{k\lambda R}. \tag{7}$$

Запишемо вираз (7) для радіуса першого ($k=1$) і другого ($k=1$) кільця:

$$r_1=\sqrt{\lambda R},$$

$$r_2=\sqrt{2\lambda R}.$$

З останніх двох виразів знаходимо:

$$\Delta r_{2,1}=\sqrt{2\lambda R}-\sqrt{\lambda R}=\sqrt{\lambda R}\left(\sqrt{2}-1\right). \tag{8}$$

Запишемо вираз (7) для радіуса дев'ятого ($k=9$) і десятого ($k=10$) кільця:

$$r_9=\sqrt{9\lambda R},$$

$$r_{10}=\sqrt{10\lambda R}.$$

З останніх двох виразів знаходимо:

$$\Delta r_{9,10}=\sqrt{10\lambda R}-\sqrt{9\lambda R}=\sqrt{\lambda R}\left(\sqrt{10}-3\right). \tag{9}$$

Із виразів (8) і (9) можемо записати:

$$\frac{\Delta r_{9,10}}{\Delta r_{2,1}}=\frac{\sqrt{\lambda R}\left(\sqrt{10}-3\right)}{\sqrt{\lambda R}\left(\sqrt{2}-1\right)},$$

$$\frac{\Delta r_{9,10}}{\Delta r_{2,1}}=\frac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{2}-1}.$$

Звідси:

$$\Delta r_{9,10}=\frac{\left(\sqrt{10}-3\right)\Delta r_{2,1}}{\sqrt{2}-1}.$$

Підставимо дані:

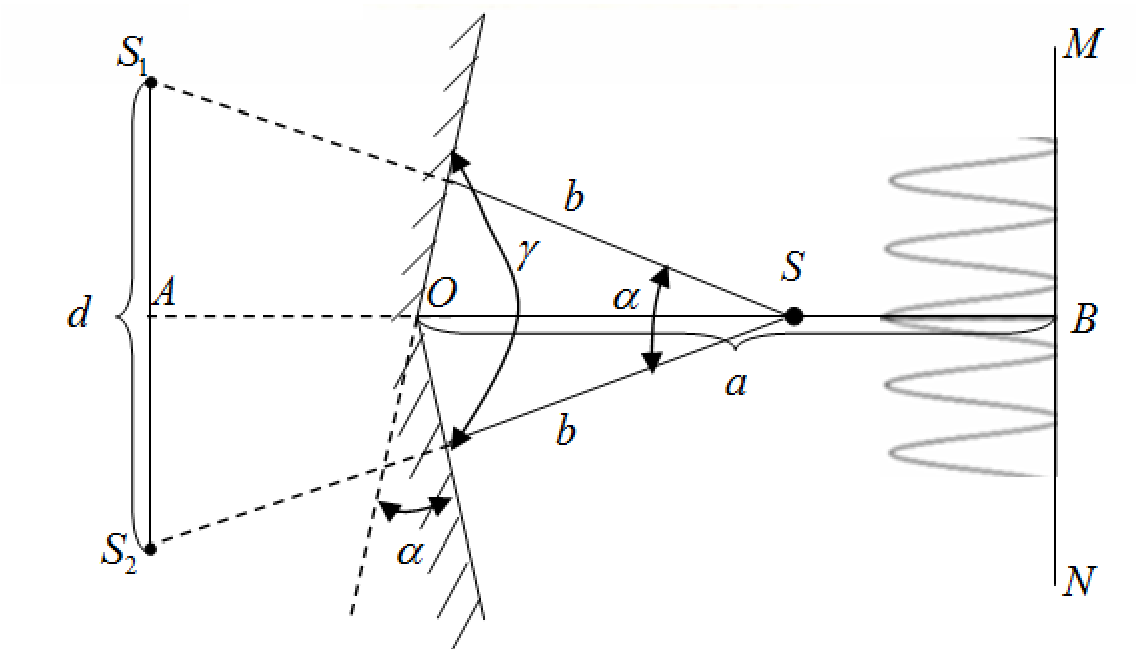
$$\Delta r_{9,10}=\frac{\left(\sqrt{10}-3\right)\cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}-1}=0{,}39\cdot 10^{-3}\ м.$$

Відповідь: $\Delta r_{9,10} = 0{,}39 \cdot 10^{-3}$ *м* **.**

Задача 4. Два плоских дзеркала створюють кут $\gamma = 178^0$. На однакових відстанях від дзеркал $b = 6$ *см* розташоване джерело світла. Визначити інтервал Δx між сусідніми інтерференційними смугами, що спостерігаються на екрані, розташованому на відстані $a = 1$ *м* від лінії перетину дзеркал. Довжина хвилі світла $\lambda = 520$ *нм*.

Дано:
$\gamma = 178^0$
$b = 6\ см = 0{,}06\ м$
$a = 1\ м$
$\lambda = 520\ нм = 52 \cdot 10^{-8}\ м$
Знайти:
$\Delta x - ?$

Розв'язок



На рисунку: S – джерело світла; b – відстань від джерела до дзеркал; S_1 і S_2 – уявні зображення джерела світла S у дзеркалах; d – відстань між S_1 і S_2.

З ΔAS_1S можемо записати:

$$AS_1 = S_1S \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Врахуємо, що $AS_1 = \dfrac{d}{2}$, $S_1S = b + b = 2b$. Тоді:

$$\frac{d}{2} = 2b \sin\frac{\alpha}{2}.$$

З рисунку бачимо, що: $\alpha = 180^0 - \gamma = 180^0 - 178^0 = 2^0$. Враховуючи, що кут α малий, то:

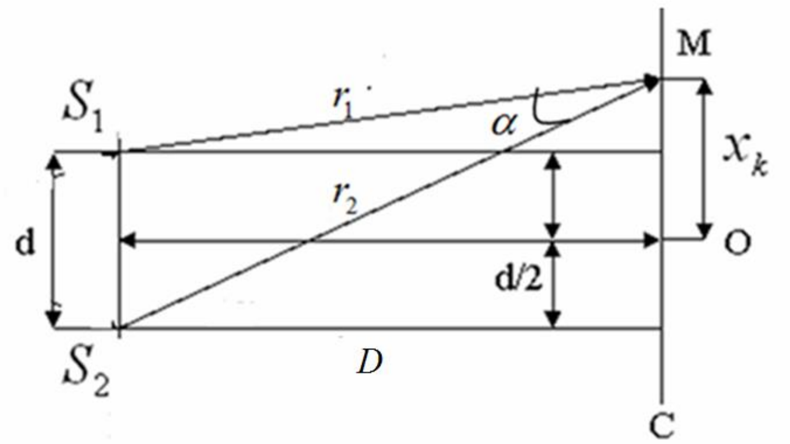
$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}.$$

Тоді:

$$\frac{d}{2} = 2b\frac{\alpha}{2}.$$

$$d = 2b\alpha. \qquad (1)$$

Знайдемо вираз для інтервалу Δx між сусідніми інтерференційними смугами, що спостерігаються на екрані.



У певній точці М екрану С буде спостерігатися інтерференційний максимум при виконанні умови:

$$\Delta = k\lambda, \qquad (2)$$

де Δ– оптична різниця ходу; ціле число k називається порядком інтерференційного максимуму: $k = 0, 1, 2, ...$; λ – довжина хвилі.

Оскільки показник заломлення повітря n = 1, то оптична різниця ходу рівна:

$$\Delta = r_2 - r_1, \qquad (3)$$

де r_2 – відстань від другого джерела до точки М; r_1 – відстань від першого джерела до точки М.

Позначимо через x_k відстань від точки М до точки О, яка є симетричною відносно джерел S_1 і S_2. З рисунка видно, що:

$$r_1^2 = D^2 + \left(x_k - \frac{d}{2}\right)^2 = D^2 + x_k^2 - x_k d + \frac{d^2}{2},$$

$$r_2^2 = D^2 + \left(x_k + \frac{d}{2}\right)^2 = D^2 + x_k^2 + x_k d + \frac{d^2}{2}.$$

де d – відстань між уявними джерелами.

З останніх двох виразів можемо записати:

$$r_2^2 - r_1^2 = 2x_k d,$$

або:

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2x_k d.$$

Оскільки $D >> d$, то $r_2 + r_1 = 2D$. Враховуючи це, останній вираз запишемо так:

$$2D(r_2 - r_1) = 2x_k d.$$

Підставимо (3) в останній вираз:

$$2D\Delta = 2x_k d.$$

Звідси:

$$x_k = \frac{D\Delta}{\mathrm{d}}.$$

Підставимо (2) в останній вираз:

$$x_k = \frac{Dk\lambda}{d}.$$

Відстань між сусідніми інтерференційними смугами буде рівною:

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D(k+1)\lambda}{d} - \frac{Dk\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d}.$$

Для нашого випадку, відповідно до рисунку, $D = a + b$, де a – відстань від лінії перетину дзеркал до екрану. Враховуючи це, останній вираз прийме вигляд:

$$\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{d}.$$

Підставимо (1) в останній вираз:

$$\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2b\alpha}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[\Delta x] = \frac{(м + м)\cdot м}{м} = м.$$

Підставимо дані в останній вираз, враховуючи, що $2^0 \approx 0{,}035\ рад$:

$$\Delta x = \frac{(1 + 0{,}06)\cdot 52\cdot 10^{-8}}{2\cdot 0{,}06\cdot 0{,}035} = 1{,}31\cdot 10^{-4}\ м.$$

Відповідь: $\Delta x = 1{,}31\cdot 10^{-4}\ м$**.**

Задача 5. Дві дифракційні решітки мають однакову ширину $l = 3\ см$, але різні періоди $d_1 = 3\ мкм$, $d_2 = 6\ мкм$. Визначити їх найбільші роздільні здатності для жовтої лінії натрію з $\lambda = 589{,}6\ нм$.

Дано:

$l = 3\ см = 3\cdot 10^{-2}\ м$

$d_1 = 3\ мкм = 3\cdot 10^{-6}\ м$

$d_2 = 6\ мкм = 6\cdot 10^{-6}\ м$

$\lambda = 589{,}6\ нм = 589{,}6\cdot 10^{-9}\ м$

Знайти:

$R_{1\max} - ?$

$R_{2\max} - ?$

Розв'язок

Запишемо вираз для роздільної здатності дифракційної решітки:

$$R = kN,$$

де k – порядок максимуму; N – число щілин, що беруть участь у формуванні дифракційної картини.

Виходячи з останнього виразу можемо записати, що максимальна роздільна здатність дифракційної решітки дорівнюватиме:

$$R_{\max} = k_{\max} N.$$

Число щілин рівне:

$$N = \frac{l}{d},$$

де l – довжина решітки; d – період дифракційної решітки. Тоді із двох останніх виразів маємо:

$$R_{max} = \frac{k_{max} \cdot l}{d} . \tag{1}$$

Запишемо формулу дифракційної решітки

$$d \cdot \sin \varphi = k\lambda ,$$

де φ – кут, між напрямком на дифракційний максимум і нормаллю до решітки; $k = 0, 1, 2,...$ – порядок максимуму; λ – довжина хвилі.

Звідси:

$$k = \frac{d \cdot \sin \varphi}{\lambda} .$$

Максимальне значення k буде при $\sin \varphi = 1$, тобто $\varphi = 90^0$. Тоді:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} .$$

Підставимо останній вираз в (1):

$$R_{max} = \frac{\frac{d}{\lambda} \cdot l}{d} = \frac{l}{\lambda} ,$$

$$R_{max} = \frac{l}{\lambda} .$$

З останнього виразу бачимо, що R_{max} для двох решіток буде однаковим, оскільки не залежить від періоду, а довжини решіток однакові. Тому:

$$R_{max1} = R_{max2} = \frac{l}{\lambda} .$$

Підставимо дані в останній вираз:

$$R_{max1} = R_{max2} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{589{,}6 \cdot 10^{-9}} = 50000 .$$

Відповідь: $R_{max1} = R_{max2} = 50000$.

Задачі для самостійного розв’язання

1. Промінь світла падає у воді на скляну пластинку. Показник заломлення води n_1=1,33; показник заломлення скла n_2=1,5. Яким повинен бути кут падіння променя, щоб відбитий від межі розділу промінь був перпендикулярним до заломленого?

2. Визначити, наскільки плоскопаралельна скляна пластинка товщиною d=10 см зміщує промінь світла, який падає з повітря на неї під кутом α_1=70^0. Показник заломлення скла n=1,5.

3. Промінь світла потрапляє з повітря під кутом падіння 30° на плоскопаралельну пластинку і виходить з неї паралельно до початкового променя. Показник заломлення скла 1,5. Яка товщина d пластинки, якщо бокове зміщення променя складає 1,94 см?

4. Вертикально розміщений в озері стовп виступає з вода на 1,2 м. Визначити довжину тіні на дні озера, якщо промені Сонця падають на поверхню води під кутом 45°, а глибина озера – 1 м. Показник заломлення води дорівнює 1,33.

5. Показник заломлення товстої прозорої пластинки змінюється від n_1=1,4 на верхній грані, до n_2=1,5 на нижній. Верхня грань пластинки межує із середовищем з показником заломлення n_0=1,33, а нижня – із середовищем з показником заломлення n_3=1,7. Промінь світла потрапляє на верхню грань пластинки під кутом падіння α_1=30^0. Під яким кутом промінь вийде з пластинки?

6. Людина, яка стоїть на березі озера, дивиться на камінь, що лежить на його дні. Глибина озера h=1 м. На якій віддалі від поверхні води буде зображення каменя, якщо кут зору складає з нормаллю до поверхні води кут 60°? Показник заломлення води n=1,33.

7. Водолаз, ростом 1,7 м, стоїть на дні озера. Яка глибина озера, якщо водолаз бачить відбиті від поверхні води ділянки горизонтального дна, що знаходяться на відстані більше 15 м від нього? Показник заломлення води дорівнює 1,33.

8. Визначити показник заломлення скипидару і швидкість розповсюдження світла в ньому, якщо відомо що кут падіння променя на поверхню скипидару 45°, а кут заломлення 30°.

9. Хлопчик бажає попасти палицею в предмет, що знаходиться на дні водоймища глибиною 40 см. На якій відстані від предмета палиця попаде в дно водоймища, якщо хлопчик точно націлившись, кинув палицю під кутом 45° до поверхні води.

10. Промінь світла падає на прозору плоскопаралельну пластинку, товщиною 5,6 см, під кутом 45^o і виходить із пластинки, зазнавши бокового зміщення стосовно початкового напрямку поширення у 2 см. Яким є показник заломлення матеріалу пластинки?

11. Пучок паралельних променів шириною 4 мм падає у повітрі на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Якою є ширина світлового пучка в склі? Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,5.

12. Пучок паралельних променів шириною 3 мм падає у воді на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Ширина світлового пучка в склі рівна 2,5 мм. Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,6. Визначити абсолютний показник заломлення рідини.

13. Переріз скляної призми має форму рівностороннього трикутника. Промінь світла падає перпендикулярно на одну із його граней. Знайти кут φ між падаючим променем і променем, який вийшов з призми. Показник заломлення скла n=1,5.

14. Промінь, що падає на одну із граней призми, виходить після заломлення через суміжну грань. Яким є максимально допустиме значення заломлюючого кута θ призми, якщо вона зроблена із скла з показником заломлення n=1,5 ?

15. Знайти фокусну віддаль лінзи, що занурена у воду, якщо відомо, що її фокусна віддаль в повітрі дорівнює 20 см. Показник заломлення матеріалу лінзи $n_л$=1,6. Показник заломлення води $n_в$=1,33.

16. На віддалі 15 см від опуклої лінзи з оптичною силою 10 діоптрій, знаходиться предмет висотою 2 см. Знайти положення і висоту зображення предмета. Зробити рисунок.

17. Лінза з фокусною віддаллю 16 см дає чітке зображення предмета при двох положеннях, віддаль між якими 60 см. Знайти віддаль від предмета до екрана.

18. Збиральна лінза дає на екрані чітке зображення предмета, яке в K=2 рази більше цього предмета. Відстань від предмета до лінзи на l=6 см перевищує її фокусну відстань. Знайти відстань f від лінзи до екрана.

19. Визначити оптичну силу об'єктива фотоапарата, яким фотографують місцевість з літака на висоті 5 км в масштабі 1:20000. В якому масштабі одержимо знімок, якщо цим фотоапаратом виконати фотографування поверхні Землі, з штучного супутника, що знаходиться на висоті 250 км?

20. Предмет знаходиться на відстані a=0,1 м від переднього фокуса збиральної лінзи, а екран, на якому виникає чітке зображення предмета, розташований на відстані $в$=0,4м від заднього фокуса лінзи. Знайти фокусну відстань лінзи. З яким збільшенням одержимо зображення предмета?

21. Далекозора людина може читати книгу, тримаючи її на відстані не менше 80 см від ока. Яка повинна бути оптична сила окулярів, якими має користуватись ця людина, щоб читати книгу на відстані 25 см?

22. Людина, зріст якої 1,7 м, рухається зі швидкістю 1 м/с в напрямку до вуличного ліхтаря. В деякий момент часу довжина тіні людини була 1,8 м, а через 2 с довжина тіні стала 1,3 м. На якій висоті знаходиться ліхтар?

23. Висота полум'я свічки 5 см. Лінза дає на екрані зображення цього полум'я висотою 15 см. Не рухаючи лінзу, свічку відсунули на L=1,5 см від лінзи і, пересунувши екран, знову отримали чітке зображення полум'я висотою 10 см. Визначити фокусну відстань лінзи.

24. У пристрої для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо радіус третього світлого кільця виявився рівним 3,65 мм. Спостереження відбуваються у прохідному світлі. Радіус кривизни лінзи 10 м, довжина хвилі світла $5{,}89\cdot10^{-5}$ см.

25. На скляну пластину з показником заломлення n_1=1,5 нанесений тонкий шар речовини з показником заломлення $n_2=1{,}4$. Пластина освітлюється пучком паралельних променів з довжиною хвилі 0,54 мкм, що падають на пластину нормально. Яку мінімальну товщину повинен мати шар, щоб відбиті промені мали найменшу яскравість?

26. Симетрична двоопукла тонка скляна лінза з радіусами кривини поверхонь 10 см дає збільшене в 5 разів зображення предмета. Якою є відстань від предмета до його зображення? Показник заломлення скла складає 1,5.

27. Тонка лінза дає пряме, уявне і збільшене у 5 разів зображення предмета, що знаходиться на відстані 20 *см* від лінзи. На якій відстані від даної лінзи слід помістити предмет, щоб його зображення було такого ж збільшення, але дійсним і оберненим? Якою є оптична сила лінзи?

28. На дифракційну решітку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ=0,6 мкм. Кут дифракції для п'ятого максимуму дорівнює α=30°, а мінімальна різниця довжин хвиль, яка розділяється решіткою, становить Δ=0,2 нм. Визначити постійну дифракційної решітки d та довжину дифракційної решітки l.

29. Відстань від предмета до зображення f=1 м. Радіуси кривизни опуклої лінзи дорівнюють R=10 см. Знайти абсолютний показник заломлення скла n (лінза розміщена в повітрі).

30. Відстань від предмета до лінзи f=0,4 м, а від зображення до лінзи d=0,3 м. У скільки разів збільшиться зображення, якщо предмет розмістити на відстані f_1=0,2 м від лінзи?

31. З якою метою у досліді Юнга світло пропускають через малий отвір b у непрозорому екрані А? Оцінити розмір отвору b, якщо відстань між щілинами d=1 мм, а відстань між екранами А і В L=0,3 м.

32. Знайти довжину світлової хвилі λ_0, якщо у досліді Юнга відстань від третього інтерференційного максимуму до центральної смуги x_{max}=1,65 мм, відстань між щілинами d=1 мм, екран розміщений на відстані l=1 м від щілин.

33. Яка найменша товщина b_{min} мильної плівки (n = 1,33), якщо при спостереженні її у відбитому світлі вона здається зеленою (λ=500 нм)? Світло падає на плівку під кутом $\Theta=35^o$ до нормалі.

34. На щілину завширшки b=40 мкм, за якою на відстані l=0,8 м розміщено екран, нормально падає плоска світлова хвиля, довжина якої λ=0,5 мкм. Який вид дифракції спостерігається у цьому випадку? Визначити ширину Δx центрального максимуму.

35. На дифракційну решітку з періодом d=4 мкм падає нормально до її поверхні випромінювання від водневої трубки. За граткою розміщено лінзу з фокусною віддаллю f=0,4 м, у фокальній площині якої міститься екран. На якій відстані Δx одна від одної вийдуть спектральні лінії з довжинами хвиль λ_1=656 нм і λ_2=486 нм у спектрі третього порядку?

36. На скляний клин нормально до його грані падає паралельний пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі 0,6 мкм. Число m інтерференційних смуг, що приходяться на 1 см, дорівнює 10. Визначити кут клина α .

37. Дифракційну решітку падає нормально випромінення від розрядної трубки з криптоном. П'ятий дифракційний максимум для зеленої лінії з довжиною хвилі λ_1=566 нм

міститься під кутом φ_1=34°30$^{/}$. Знайти кутову відстань $\Delta\varphi$ між зеленою лінією з λ_1=566 нм та фіолетовою лінією λ_2=404 нм у спектрі третього порядку.

38. Зорова труба гоніометра з дифракційною решіткою поставлена під кутом 20^0 до осі колліматора. При цьому в полі зору труби видно червону лінію спектра гелію $\lambda_1 = 6680 A^0$.Чому дорівнює стала дифракційної решітки, якщо відомо, що під тим же кутом видно й синю лінію? Найбільший порядок спектра, який можна спостерігати для даної решітки дорівнює 5. Світло падає на решітки нормально.

39. Який найбільший порядок спектра можна спостерігати за допомогою дифракційної решітки, що має 500 штрихів на 1 мм при світлі, яке нормально падає на решітки з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}59$ *мкм* .

40. Довжина робочої частини дифракційної решітки l=2 см, період решітки d=2,5 мкм. Визначити роздільну силу R решітки у спектрі третього порядку. Яка найменша різниця довжин хвиль $\delta\lambda$ двох ліній, які розділяються, у зеленій ділянці спектра (λ=550 нм)?

41. Чому повинна дорівнювати мінімальна кількість штрихів N у дифракційній решітці, щоб розділити у спектрі другого порядку дві лінії калію з довжинами хвиль λ_1=691,2 нм і λ_2=693,9 нм? Яка при цьому найменша довжина робочої частини решітки?

42. Пучок природного світла падає зі скла ($n_1 = 1{,}5$) на воду ($n_2 = 1{,}33$) під кутом Брюстера. Знайти кут між падаючим променем і заломленим.

43. Лампу, сила світла якої 200 кд, закріплено на стіні. Визначити сумарний світловий потік, який падає на всі стіни і підлогу кімнати.

44. На висоті 2 м над серединою круглого стола діаметром 3 м висить лампа силою світла 100 кд. Її замінили лампою з силою світла 25 кд, змінивши відстань до стола так, що освітленість середини стола не змінилась. Як зміниться освітленість краю стола?

45. Площадка освітлюється двома різними лампами, що висять на стовпі одна над одною на висоті 8 м і висоті 27 м. На якій відстані від основи стовпа лежать точки площадки, освітленість яких не зміниться, коли поміняти лампи місцями?

46. Дві лампи силою світла 75 кд і 48 кд розміщені одна від одної на відстані 1,8 м. Де треба розмістити між ними фотометричний екран, щоб його освітленість була однаковою з обох боків.

47. У кімнаті є дві лампи, прикріплені до стелі на відстані 4 м одна від одної. Знайти відношення освітленостей центра стола в двох його положеннях: 1) під однією з ламп; 2) посередині між лампами. Висота лампи від поверхні стола по вертикалі дорівнює 2 м. Випромінювання ламп вважати однаковим у всіх напрямах.

48. „Червона” межа фотоефекту для деякого металу дорівнює 0,5 мкм. За якої частоти світла електрони, що відірвалися з його поверхні, повністю затримуються зворотним потенціалом в 3,0 В?

49. Визначити червону межу фотоефекту для натрію, якщо при опромінюванні його поверхні фіолетовим світлом з довжиною хвилі λ=400 нм максимальна швидкість $\vartheta_{\max}$ фотоелектронів дорівнює $0{,}65 \cdot 10^6$ м/с.

50. Визначити максимальну швидкість $\vartheta_{\max}$ фотоелектронів, що вилітають з поверхні срібла під дією: 1) ультрафіолетового випромінювання, довжина хвилі якого λ_1=155 нм; 2) γ – випромінювання з довжиною хвилі λ_2=2,47 нм.

РОЗДІЛ 5. АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

Атомна фізика – розділ фізики, що вивчає будову атомів і елементарні процеси на атомному рівні.

Атом – це найменша частинка хімічного елемента, яка є носієм його властивостей. Він складається з позитивно зарядженого ядра і електронної оболонки – сукупності електронів.

Ядерна фізика − це розділ фізики, в якому вивчають структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду і ядерні реакції.

Протони і нейтрони – це основні елементарні частинки, з яких складається ядро атома. Протон і нейтрон є двома зарядовими станами ядерної частинки, яка називається нуклоном.

Число протонів в ядрі (порядковий номер елементу) прийнято позначати через Z, число нейтронів – через N. Їх сума A=Z+N називається масовим числом ядра. Атоми з однаковим Z (тобто атоми одного і того ж елементу), але з різними N називаються ізотопами, з однаковими A, але з різними Z – ізобарами, з однаковими N, але з різними Z – ізотонами.

Основна відмінність між протоном і нейтроном полягає в тому, що протон – заряджена частинка, заряд якої $e=1{,}602\cdot10^{-19}$ Кл. Це елементарний заряд, чисельно рівний заряду електрона. Нейтрон – електрично нейтральна частинка.

У таблиці 5.1 наведені основні формули, які використовуються при розв’язанні задач з розділу «Атомна і ядерна фізика».

Таблиця 5.1.

Основні формули з розділу «Атомна і ядерна фізика»

Формула	Назва формули	Позначення
$E = h\nu$	Формула Планка	E – енергія кванта електромагнітного випромінювання; h – стала Планка; ν – частота випромінювання
$E_0 = m_0c^2$	Енергія спокою частинки	m_0 – маса спокою частинки; c – швидкість світла
$m\upsilon_n r_n = \hbar n$	Момент імпульсу електрона на орбіті	m – маса електрона; υ_n – швидкість на n–й орбіті; r_n – радіус n–ї орбіти; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – стала Планка; n – головне квантове число
$\varepsilon = \hbar\omega = E_k - E_n$	Енергія фотона, що випромінюється атомом водню при переході з одного стаціонарного стану в інший	ω – циклічна (колова) частота випромінювання; k і n – головні квантові числа стаціонарних станів, між якими відбувається перехід $(k > n)$
$r_n = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2m}\cdot n^2,\ n = 1, 2, \ldots,$	Радіуси стаціонарних орбіт електрона в атомі водню	ε_0 – електрична стала; e – величина заряду електрона
$E_n = -\dfrac{e^4m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\dfrac{1}{n^2} = -\dfrac{e^4m}{8\varepsilon_0^2h^2}\cdot\dfrac{1}{n^2}.$	Енергія атома водню в n–ому стаціонарному стані	m – маса електрона

Формула	Назва формули	Позначення
$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$	Частоти хвиль, що відповідають лініям водневого спектра	c – швидкість поширення світла у вакуумі; R – стала Рідберга
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon}$	Довжина хвилі де Бройля для мікрочастинки з імпульсом $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	h – стала Планка
$N = N_0 e^{-\lambda t}$	Основний закон радіоактивного розпаду	N_0 – кількість ядер в початковий момент часу; N – кількість атомів, які не розпалися на момент часу t; λ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	Кількість атомів, що розпалися за час t	
$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$	Період піврозпаду	λ – стала радіоактивного розпаду
$\tau = \frac{1}{\lambda}$	Середній час життя радіоактивного ядра	λ – стала радіоактивного розпаду
$N = \frac{m}{\mu} N_A$	Кількість атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі	N_A – стала Авогадро
$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$	Активність радіоактивного ізотопу	N_0 – кількість ядер в початковий момент часу; N – кількість атомів, які не розпалися на момент часу t; λ – стала радіоактивного розпаду
$A_0 = \lambda N_0$	Активність ізотопу в початковий момент часу $(t = 0)$	λ – стала радіоактивного розпаду; N_0 – кількість ядер в початковий момент часу
$A = A_0 e^{-\lambda t}$	Закон зміни активності ізотопу з часом	A_0 – активність ізотопу в початковий момент часу $(t = 0)$; λ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta m = \left(Zm_p + Nm_n\right) - m_я = = Zm_{{}_1H^1} + \left(A - Z\right)m_n - m_a$	Дефект маси атомного ядра	Z – зарядове число; m_p, m_n – маси протона і нейтрона, $m_я$ і m_a – маси ядра і атома ізотопу
$E_{зв} = c^2 \Delta m$	Енергія зв'язку ядра. Якщо енергія виражена в мегаелектрон-вольтах $\left(MeB\right)$, а маса – в атомних одиницях маси $\left(а.о.м.\right)$, то	c – швидкість світла у вакуумі; Δm – дефект маси ядра

Формула	Назва формули	Позначення
	$c^2 = 931\dfrac{МеВ}{а.о.м.}$	
$E_{пит} = \dfrac{E_{зв}}{A}$	Питома енергія зв'язку	A – масове число
${}^{A_1}_{Z_1}X + a \rightarrow {}^{A_2}_{Z_2}Y + b$, Або ${}^{A_1}_{Z_1}X(a,b){}^{A_2}_{Z_2}Y$	Символічний запис ядерної реакції	${}^{A_1}_{Z_1}X$ і ${}^{A_2}_{Z_2}Y$ – вихідне і кінцеве ядра відповідно з зарядовими числами Z_1 і Z_2 і масовими числами A_1 і A_2; a і b – частинки, які бомбардують і випускаються в ядерній реакції
$Q = 931[(m_X + m_a) - (m_Y + m_в)] = = [E_к(Y) + E_к(в) - E_к(X) - E_к(a)]$	Енергія ядерної реакції	m_X, m_a – маси спокою ядра мішені і бомбардувальної частинки; m_Y, $m_в$ – маси спокою продуктів реакції; $E_к(X)$, $E_к(a)$ – кінетичні енергії відповідно ядра–мішені і бомбардувальної частинки; $E_к(Y)$, $E_к(в)$ – кінетичні енергії ядра–продукту розкладу і частинки, яка вилітає

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З АТОМНОЇ ТА ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ

Задача 1. Ядро ізотопу ${}^{14}_{7}N$ захватило α- частинку і випустило протон. Визначити масове число A і зарядове число Z ядра ізотопу, що утворилося при цьому. Вказати, якому елементу це ядро відповідає.

Дано:
${}^{14}_{7}N$

Знайти:
$A - ?$
$Z - ?$

Розв'язок

Запишемо рівняння ядерної реакції:

$$ {}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{1}p, $$

де ${}^{4}_{2}He$ – α- частинка; ${}^{1}_{1}p$ – протон.

Застосуємо закон збереження масових чисел:

$$ \sum_{i=1}^{n} A = const, $$

$14 + 4 = A + 1$

Звідси:

A=17.

Застосуємо закон збереження зарядових чисел:

$$\sum_{i=1}^{n} Z = const,$$

7+2=Z+1.

Звідси:

Z=8.

Отже, у результаті реакції одержали ізотопу оксигену $^{17}_{8}O$.

Відповідь: $^{17}_{8}O$**.**

Задача 2. Знайти дефект мас (в а.о.м.) і енергію зв'язку (в МеВ) ядра атома дейтерію $^{2}_{1}H$.

Дано:

$^{2}_{1}H$

Знайти:

$E_{зв} - ?$

$\Delta m - ?$

Розв'язок

Дефект мас рівний:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_я .$$

Тоді можемо записати:

$$E_{зв} = \left(Zm_p + (A-Z)m_n - m_я\right) \cdot 931{,}5 ,$$

де Z – порядковий номер елемента (кількість протонів у ядрі атома). Для атома $^{2}_{1}H$ $Z=1$; $A-Z$ – кількість нейтронів в ядрі (для атома $^{2}_{1}H$ $A=2$); $m_я$ – маса ядра. Маса ядра $^{2}_{1}H$ рівна: $m_я$ =2,013553 а.о.м.

Підставимо дані, враховуючи, що маса протона та нейтрона рівні m_p = 1,00728 а.о.м; m_n =1,00867 а.о.м.

$\Delta m = (1 \cdot 1{,}00728 + (2-1) \cdot 1{,}00867 - 2{,}013553) = 0{,}002394\, а.о.м.$;

$E_{зв} = (1 \cdot 1{,}00728 + (2-1) \cdot 1{,}00867 - 2{,}013553) \cdot 931{,}5 = 2{,}23\, МеВ.$

Відповідь: $\Delta m = 0{,}002394$ $а.о.м.$; $E_{зв} = 2{,}23\, МеВ.$

Задача 3. Визначити довжину хвилі, що випромінюється при переході електрона в атомі водню з четвертого енергетичного рівня на перший.

Дано:

$Z=1$

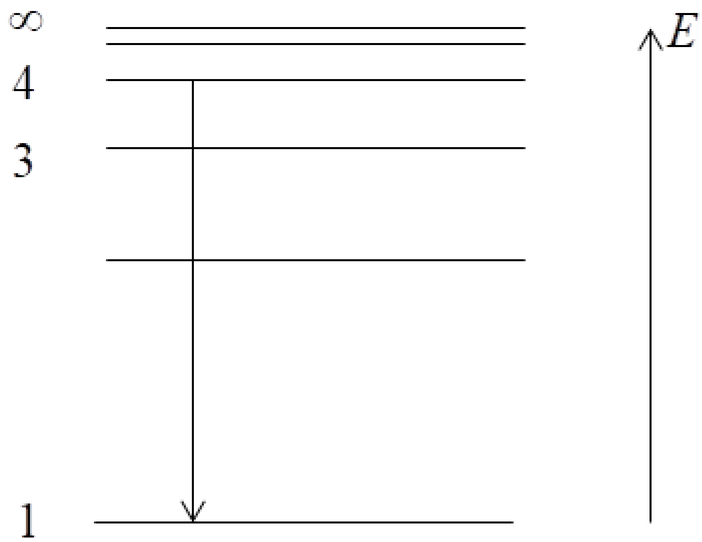
$n=1$

$k=4$

Знайти:

$\lambda - ?$

Розв'язок



Застосуємо узагальнену формулу Бальмера для воднеподібних іонів:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

де $R_\lambda = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – стала Рідберга; n – номер орбіти, на яку переходить електрон; k – номер орбіти, з якої переходить електрон; Z – порядковий номер у таблиці Менделєєва; λ – довжина хвилі фотона.

Звідси знаходимо:

$$\lambda = \frac{1}{Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)}.$$

Підставимо дані:

$$\lambda = \frac{1}{1^2 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = 9{,}72 \cdot 10^{-8} \ м.$$

Відповідь: $\lambda = 9{,}72 \cdot 10^{-8} \ м.$

Задача 4. Стала радіоактивного розпаду ізотопу ^{210}Pb дорівнює λ=10^{-9} с$^{-1}$. Визначити час, протягом якого розпадеться 3/5 початкової кількості ядер цього ізотопу.

Дано:

$\lambda = 10^{-9} \ c^{-1}$

$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{3}{5}$

Знайти:

$t - ?$

Розв’язок

Число радіоактивних ядер N, що не розпалися на момент часу t, визначається законом радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N_0 – початкова кількість ядер; N – кількість ядер, які залишилися на момент часу t; λ стала радіоактивного розпаду.

Кількість ядер, що розпадуться за цей час буде рівною:

$$N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Звідси:

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t};$$

$$e^{-\lambda t} = 1 - \frac{N_0 - N}{N_0};$$

$$-\lambda t = \ln\left(1 - \frac{N_0 - N}{N_0}\right);$$

$$t = -\frac{1}{\lambda}\cdot\ln\left(1 - \frac{N_0 - N}{N_0}\right).$$

Підставимо дані:

$$t = -\frac{1}{10^{-9}}\cdot\ln\left(1 - \frac{3}{5}\right) = 9{,}16\cdot 10^{8}\ c.$$

Відповідь: $t = 9{,}16\cdot 10^{8}\ c$.

Задача 5. Робота виходу із срібла $A = 4{,}7\ eB$. На пластинку із срібла падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 208\ нм$. Визначити максимальний імпульс, який передається поверхні срібла при вилітанні електрона.

Дано:

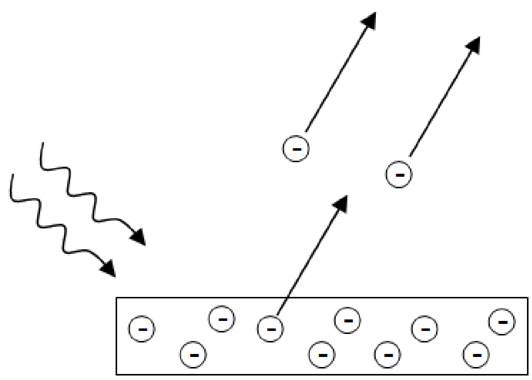
$A = 4{,}7\ eB = 7{,}5\cdot 10^{-19}\ Дж$

$\lambda = 208\ нм = 208\cdot 10^{-9}\ м$

Знайти:

$p_{\max} - ?$

Розв’язок



Для розв’язання задачі, скористаємось рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2},$$

де $h = 6{,}62\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot c$ – стала Планка; ν – частота світла; A – робота виходу електрона з металу; $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}\ кг$ – маса електрона; $\vartheta_{\max}$ – максимальна швидкість електронів, що вилітають з металу.

Запишемо зв'язок між довжиною хвилі λ та частотою ν:

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

де $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$ – швидкість світла у вакуумі.

З останніх двох виразів можемо записати:

$$h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}.$$

Звідси:

$$\frac{m\vartheta_{\max}^2}{2} = h\frac{c}{\lambda} - A,$$

$$\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)}.$$

Максимальний імпульс, який передається поверхні срібла при вилітанні електрона, буде рівний максимальному імпульсу електрона:

$$p_{\max} = m\vartheta_{\max} = m\sqrt{\frac{2}{m}\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)} = \sqrt{2m\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)},$$

$$p_{\max} = \sqrt{2m\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)}.$$

Підставимо дані в останній вираз:

$$p_{\max} = \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{208 \cdot 10^{-9}} - 7{,}5 \cdot 10^{-19}\right)} = 6{,}08 \cdot 10^{-25} \ кг \cdot \frac{м}{с}.$$

Відповідь: $p_{\max} = 6{,}08 \cdot 10^{-25} \ кг \cdot \frac{м}{с}$**.**

Задачі для самостійного розв'язання

1. Електрон в атомі водню перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити енергію випущеного при цьому фотона.

2. Знайти кутову швидкість ω і період обертання *T* електрона на першій борівській орбіті в атомі водню.

3. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючи різницю потенціалів *U*. Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: 1) $U_1 = 51 В$; 2) $U_2 = 510 кВ$.

4. При переході електронів атомів водню з 4-ї стаціонарної орбіти на 2–у випромінюються фотони, які дають зелену лінію в спектрі водню. Визначити довжину хвилі цієї лінії, якщо при випромінюванні фотона атома витрачається енергія $4{,}04 \cdot 10^{-19}$ *Дж*.

5. Швидкість електрона, що перебуває на третій борівській орбіті атома водню, $\upsilon = 734 \ \frac{км}{с}$. Знайти радіус цієї орбіти.

6. Незбуджений атом водню поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 102{,}6 \ нм$. Знайти, користуючись теорією Бора, радіус електронної орбіти збудженого атома водню.

7. Обчислити за теорією Бора період обертання електрона в атомі водню, що знаходиться у збудженому стані, який визначається головним квантовим числом $n = 2$.

8. Знайти зміну енергії електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з частотою $\nu = 6{,}28 \cdot 10^{14}\,Гц$.

9. Електрон в атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну і потенціальну енергію електрона.

10. На скільки зміниться кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з довжиною хвилі $\lambda = 435\,нм$?

11. Виділяється чи поглинається енергія під час ядерної реакції ${}^{59}_{27}Co + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{60}_{27}Co + \gamma$?

12. Під час переходу електронів в атомах водню з четвертої стаціонарної орбіти на другу випромінюються фотони, які мають енергію $4{,}04 \cdot 10^{-19}\,Дж$ (зелена лінія водневого спектра). Визначити довжину хвилі цієї лінії спектра.

13. Внаслідок опромінення пари ртуті електронами енергія атома ртуті збільшилася на 4,9 *еВ*. Яка довжина хвилі випромінювання, що його випускають атоми під час переходу в незбуджений стан?

14. Для іонізації атома кисню необхідна енергія близько 14 *еВ*. Визначити частоту випромінювання, яка може спричинити іонізацію.

15. У скільки разів змінюється енергія атома водню під час переходу електрона з першої стаціонарної орбіти на третю? під час переходу електрона з четвертої орбіти на другу?

16. У скільки разів довжина хвилі випромінювання атома водню під час переходу електрона з третьої орбіти на другу більша від довжини хвилі, зумовленої переходом електрона з другої орбіти на першу?

17. Обчислити (з точністю до двох значущих цифр) значення сталої R у формулі Бальмера, якщо найменша частота випромінювання у видимій частині спектра водню $4{,}6 \cdot 10^{14}\,Гц$.

18. Найбільша довжина хвилі випромінювання у видимій частині спектра водню становить 0,66 *мкм*. Визначити довжини хвиль найближчих трьох ліній у видимій частині спектра водню.

19. Обчислити енергію зв'язку ядра дейтерію ${}^{2}_{1}H$ (в МеВ).

20. Визначити енергію зв'язку ядра алюмінію ${}^{27}_{13}Al$.

21. Визначити енергію зв'язку, яка припадає на один нуклон у ядрах ${}^{7}_{3}Li$, ${}^{16}_{8}O$.

22. Яка мінімальна енергія потрібна для розщеплення ядра азоту ${}^{14}_{7}N$ на протони та нейтрони?

23. Кінетична енергія протона дорівнює його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля для такого протона.

24. Визначити кінетичну енергію протона і електрона, для яких довжина хвилі де Бройля $\lambda = 0{,}06\,нм$.

25. Яку прискорювальну різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля була $\lambda = 0{,}1\,нм$?

26. Протон має кінетичну енергію, що дорівнює енергії спокою. У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля протона, якщо його кінетична енергія збільшиться вдвічі?

27. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів $U = 200\,В$, має довжину хвилі де Бройля, яка дорівнює $\lambda = 0{,}002\,нм$. Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що її заряд числово дорівнює зарядові електрона.

28. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона, що знаходиться на другій орбіті атома водню.

29. Електрон рухається по колу радіусом $R = 0{,}5\ см$ в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 8\ мТл$. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона.

30. Знайти довжину хвилі де Бройля для молекули кисню, що рухається із середньою квадратичною швидкістю при температурі $T = 300\ K$.

31. Обчислити довжину хвилі де Бройля для кулі масою $m = 10\ г$, що рухається з швидкістю $\upsilon = 400\ м/с$.

32. Протон має кінетичну енергію $E_к = 1\ кеВ$. Визначити додаткову енергію, яку необхідно йому надати для того, щоб довжина хвилі де Бройля зменшилась втричі.

33. . Знайти період піврозпаду радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час $t = 10$ діб зменшилась на 24% порівняно з початковою.

34. За час $t = 1$ добі активність ізотопу зменшилась від $A_1 = 118\ ГБк$ до $A_2 = 7{,}4\ ГБк$. Визначити період піврозпаду цього нукліда.

35. На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу іридію за час $t = 15$ діб? Період піврозпаду іридію $T_{1/2} = 75$ діб.

36. За час $t = 8$ діб розпалось $k = \frac{3}{4}$ початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу. Визначити період піврозпаду.

37. Визначити кількість ядер, що розпадаються протягом часу $t_1 = 1\ хв$; $t_2 = 5$ діб у радіоактивному ізотопі фосфору $^{32}_{15}P$ масою $m = 1\ мг$. Період піврозпаду фосфору $T_{1/2} = 14{,}3$ доби.

38. З кожного мільйона атомів радіоактивного ізотопу за $t = 1\ c$ розпадається 200 атомів. Визначити період піврозпаду.

39. Знайти сталу розпаду радона $^{222}_{86}Rn$, якщо відомо, що кількість атомів радону зменшується за час $t = 1$ добі на $18{,}2\%$. Період піврозпаду радону $T_{1/2} = 3{,}8$ доби.

40. Деякий радіоактивний ізотоп має сталу розпаду $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} c^{-1}$. Через який час розпадається 75% початкової маси атомів?

41. За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилась втричі. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

42. Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію $^{27}_{12}Mg$ масою $m = 0{,}2\ мкг$, а також його активність через час $t = 6\ год$.

43. Визначити енергію ядерної реакції $^{9}_{4}Be + ^{1}_{0}n \to ^{10}_{4}Be + \gamma$, якщо відомо, що енергія зв'язку ядра берилію $^{9}_{4}Be$ $E_{зв1} = 58{,}16\ МеВ$, , а ядра $^{10}_{4}Be$ $E_{зв2} = 64{,}98\ МеВ$.

44. Знайти енергію ядерної реакції $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \to ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}p$, якщо енергія зв'язку ядра азоту $^{14}_{7}N$ $E_{зв1} = 104{,}66\ МеВ$, а ядра вуглецю $^{14}_{6}C$ $E_{зв2} = 105{,}29\ МеВ$.

45. При ядерній реакції $^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \to ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n$ звільняється енергія $Q = 5{,}70\ МеВ$. Нехтуючи кінетичними енергіями ядер берилію і гелію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, знайти кінетичні енергії продуктів розпаду.

46. Нехтуючи кінетичними енергіями ядер дейтерію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, визначити кінетичні енергії та імпульси продуктів реакції $^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \to ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n$.

47. Написати термоядерні реакції утворення гелію з тритію й дейтерію і підрахувати, яка кількість енергії в кіловат–годинах виділиться під час утворення $m = 1\ г$ гелію.

48. Яка маса урану $^{235}_{92}U$ витрачається за добу на атомній електростанції потужністю $P = 5000 кВт$? ККД станції $\eta = 17\%$. При кожному поділі виділяється енергія $200\ МеВ$.

49. Яку масу води можна нагріти від $T = 273\ К$ до кипіння, якщо використати все тепло, що виділяється при реакції $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$ при повному розпаді $m = 1\ г$ літію?

50. Знайти енергетичну потужність атомної електростанції, що витрачає масу $m = 0{,}1\ кг$ урану $^{235}_{92}U$ за добу, якщо ККД станції дорівнює $\eta = 16\%$?

РОЗДІЛ 6. ОСНОВИ АСТРОНОМІЇ ТА АСТРОФІЗИКИ

Астрономія – фундаментальна наука, яка вивчає будову, рух, походження і розвиток небесних тіл, їх систем і всього Всесвіту. В астрономії можна виділити два основні підрозділи:

- класична астрономія, предметом якої є в основному спостереження за видимими світилами і опис їх рухів;
- астрофізика, предметом якої є визначення фізичних і хімічних властивостей різних об'єктів у Всесвіті, опис процесів, що відбуваються у Всесвіті на підставі відомих законів фізики.

При вивченні зоряного неба використовують математичну модель зоряного неба – небесну сферу. Небесною сферою називають уявну сферу довільного одиничного радіуса із зображенням зір на ній, в центрі якої знаходиться людське око або прилад. Щоб вивчити детальніше рух зір, необхідно ознайомитися з основними елементами небесної сфери (рис. 6.1).

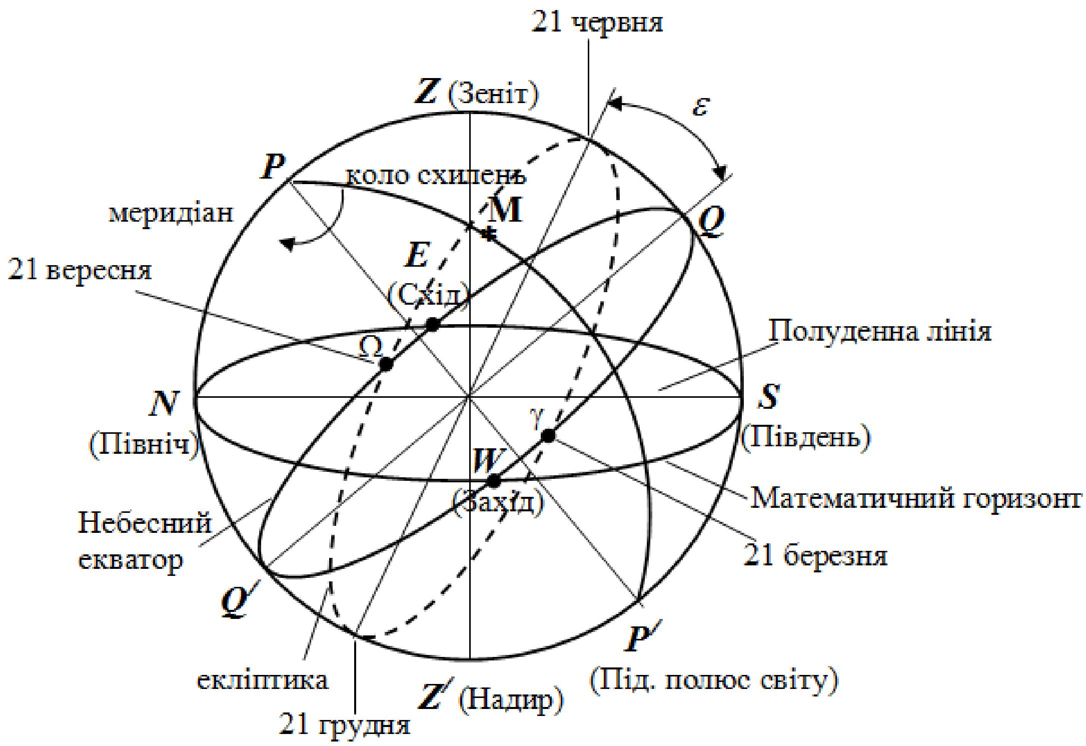


Рис. 6.1. Основні елементи небесної сфери

Таблиця 6.1.

Основні формули з розділу «Основи астрономії та астрофізики»

Формула	Назва формули	Позначення
$z + h = 90°$	Зв'язок зенітної відстані та висот и світила над горизонтом	z – зенітна відстань світила; h – висота світила над горизонтом
$h_В = 90° - \varphi + \delta$	Висота світила у момент його верхньої кульмінації до півдня	$h_В$ – висота світила у верхній кульмінації; φ – широта місцевості на якій перебуває спостерігач; δ – схилення світила
$h_В = 90° + \varphi - \delta$	Висота світила у момент його верхньої кульмінації до півночі	$h_В$ – висота світила у верхній кульмінації; φ – широта місцевості на якій

Формула	Назва формули	Позначення
		перебуває спостерігач; δ – схилення світила
$\delta_{\odot}(n) = 23.45° \sin\left(\frac{360°\, n}{356.2422}\right)$	Залежність схилення Сонця від календарної дати	$\delta_{\odot}$ – схилення Сонця; n – номер дня у році від точки весняного рівнодення (21 березня)
$s = t + \alpha$	Зоряний час	s – зоряний час; t – годинний кут світила; α – пряме піднесення світила
$T_{\odot} = t_{\odot} + 12^h$	Сонячний час	$T_{\odot}$ – сонячний час; $t_{\odot}$ – годинний кут Сонця
$T_N = T_0 + N^h$	Поясний час	T_N – поясний час; T_0 – Всесвітній час (грінвіцький); N –номер годинного пояса.
$L = \frac{206\,265\, R}{p''}$	Визначення відстані до світила за добовим паралаксом	L – відстань до світила; R – радіус Землі; p'' – добовий паралакс світила виражений у секундах дуги
$L = \frac{206\,265 \text{ а. о.}}{\pi''}$	Визначення відстані до світила за річним паралаксом	L – відстань до світила; π'' – річний паралакс світила виражений у секундах дуги
$v_1 = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{gR}$	Перша космічна швидкість	v_1 – перша космічна швидкість; G – гравітаційна стала; M – маса планети; R – радіус планети; g – прискорення вільного падіння на поверхі планети (поверхнева гравітація)
$v_2 = \sqrt{2G\frac{M}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_1$	Друга космічна швидкість	v_2 – друга космічна швидкість; G – гравітаційна стала; M – маса планети; R – радіус планети; g – прискорення вільного падіння на поверхі планети (поверхнева гравітація); v_1 – перша космічна швидкість
$R_S = \frac{2GM}{c^2}$	Радіус Шварцшильда	R_S – радіус Шварцшильда; ; G – гравітаційна стала; M – маса планети; c – швидкість світла у вакуумі
$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$	Третій закон Кеплера узагальнений Ньютоном	T – період обертання небесного тіла; G –

Формула	Назва формули	Позначення
		гравітаційна стала; M – маса планети; r – радіус орбіти
$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$	Третій закон Кеплера	T_1 – період обертання першої планети навколо Сонця; T_2 – період обертання другої планети навколо Сонця; a_1 – середня відстань (велика піввісь) першої планети від Сонця; a_2 – середня відстань (велика піввісь) другої планети від Сонця;
$r_{\text{П}} = a(1-e)$	Відстань планети до Сонця у перигелії	$r_{\text{П}}$ – відстань планети до Сонця у перигелії; a – велика піввісь орбіти планети; e – ексцентриситет орбіти планети
$r_{\text{А}} = a(1+e)$	Відстань планети до Сонця в афелії	$r_{\text{А}}$ – відстань планети до Сонця в афелії; a – велика піввісь орбіти планети; e – ексцентриситет орбіти планети
$v(r) = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$	Швидкість небесного тіла, яке обертається навколо масивного тіла масою M під дією гравітації, у довільній точці на орбіті з радіус-вектором **r**	$v(r)$ – швидкість небесного тіла на відстані r від центра тяжіння; r – відстань до центра тяжіння; G – гравітаційна стала; M – маса центра тяжіння; a – велика піввісь орбіти небесного тіла
$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}$	Рівняння синодичного руху для нижньої планети	S – синодичний період обертання планети; T – сидеричний період обертання планети навколо Сонця; $T_\oplus$ – сидеричний період обертання Землі навколо Сонця
$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}$	Рівняння синодичного руху для верхньої планети	S – синодичний період обертання планети; T – сидеричний період обертання планети навколо Сонця; $T_\oplus$ – сидеричний період обертання Землі навколо Сонця

Формула	Назва формули	Позначення
$m_2 - m_1 = 2.512 \lg \frac{E_1}{E_2}$	Формула Поґсона	m_1, m_2 – видимі зоряні величини першого та другого світил; E_1, E_2 – блиски першого та другого світил
$\alpha_R = \frac{1.22\lambda}{D}$	Роздільна здатність телескопа	α_R – роздільна здатність телескопа; λ –довжина хвилі випромінювання, що реєструється телескопом; D – діаметр вхідного отвору телескопа
$M = m + 5 - 5\lg r_{пк}$	Зв'язок абсолютної зоряної величини з видимою	M – абсолютна зоряна величина; m видима зоряна величина; $r_{пк}$ – відстань до світила виражена у парсеках
$L = 4\pi r^2 E$	Світність зорі	L – світність зорі; r – відстань до зорі; E – освітленість, яку створює зоря на межі земної атмосфери
$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$	Зв'язок світності зорі та ефективної температури її поверхні	L – світність зорі; R – радіус зорі; σ – стала Стефана-Больцмана; T – ефективна температура поверхні зорі
$V_r = Hr$	Закон Габбла	V_r – променева швидкість зорі; H – стала Габбла; r – відстань до галактики
$\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{V_r}{c}$	Доплерівське зміщення спектральних ліній	$\Delta\lambda$ – зміна довжини хвилі спектральної лінії; λ_0 – лабораторна довжина хвилі спектральної лінії; V_r – променева швидкість зорі; c – швидкість світла у вакуумі

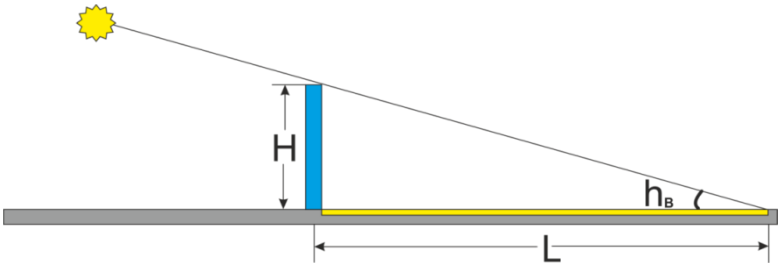
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З АСТРОНОМІЇ ТА АСТРОФІЗИКИ

Задача 1. Деякого дня у році на території Волині (середня широта $50°30'$**) мінімальна довжина сонячної тіні від стовпа висотою** 1.0 м **становить** 3.1 м**. Розрахуйте схилення Сонця у цей день та оцініть відповідну календарну дату. При розрахунках вважайте Сонце точковим об'єктом, а явищем атмосферної рефракції знехтуйте.**

Дано:
$\varphi = 50°30'$
$H = 1.0$ м
$L = 3.1$ м
Знайти:
$\delta_{\odot}$ – ?
Календарна дата – ?

Розв'язок

Мінімальна довжина сонячної тіні від стовпа буде відкидатися у справжній полудень, коли Сонце перебуватиме у верхній кульмінації. Висоту Сонця у верхній кульмінації знаходимо з прямокутного трикутника



$$\tan h_{\text{В}} = \frac{H}{L} = \frac{1.0}{3.1} = 0.32,$$

$$h_{\text{В}} = 17.9°.$$

Для знаходження схилення Сонця у цей момент скористаємося зв'язком між екваторіальними та горизонтальними координатами у момент верхньої кульмінації для північної півкулі

$$h_{\text{В}} = 90° - \varphi + \delta_{\odot}.$$

Звідси

$$\delta_{\odot} = h_{\text{В}} - 90° + \varphi = 17.9° - 90° + 50.5° = -21.6°.$$

Наближено схилення Сонця можемо розрахувати за формулою

$$\delta_{\odot}(n) = 23.45° \sin\left(\frac{360°\,n}{356.2422}\right).$$

Тоді знайдемо номер дня від 21 березня

$$-21.6° = 23.45° \sin\left(\frac{360°\,n}{356.2422}\right),$$

$$\frac{360°\,n}{356.2422} = (-1)^k \arcsin(-0.9211) + \pi k.$$

Знайдемо два найближчі номера дня

$$\frac{360°\,n_1}{356.2422} = 247°, \qquad n_1 = 251,$$

$$\frac{360°\,n_2}{356.2422} = 293°, \qquad n_2 = 298.$$

Відповідні дати: 27 листопада та 13 січня.

Відповідь: $\delta_{\odot} = -21.6°$; 27 листопада; 13 січня.

Задача 2. На рисунку зображено вертикальний переріз кімнати з вікном, яке виходить на південь. Такий план кімнат є характерним для перської архітектури, у якій над вікнами, що виходять на південь, встановлюють навіси для керування сонячними променями. Для кімнати, що розташована в будівлі на території Волині (широта $51°$, довгота $25°$), розрахуйте мінімальну довжину навісу (L) для якої прямі сонячні промені не можуть потрапляти в кімнату у день літнього сонцестояння в момент істинного полудня. Висота вікна становить $1,5$ м.

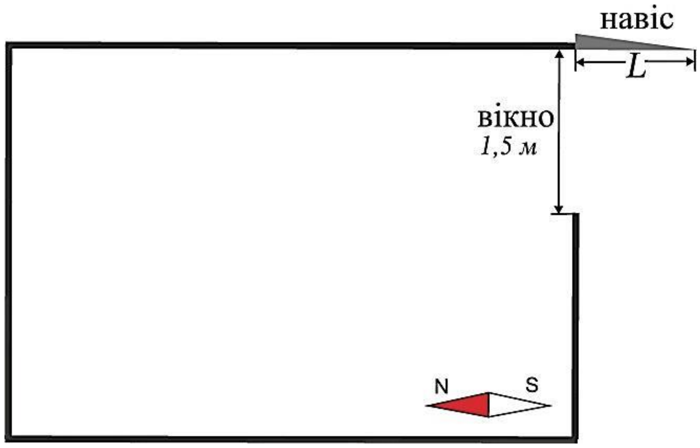
Дано:

$\varphi = 51°$

$\lambda = \mathbf{25}°$

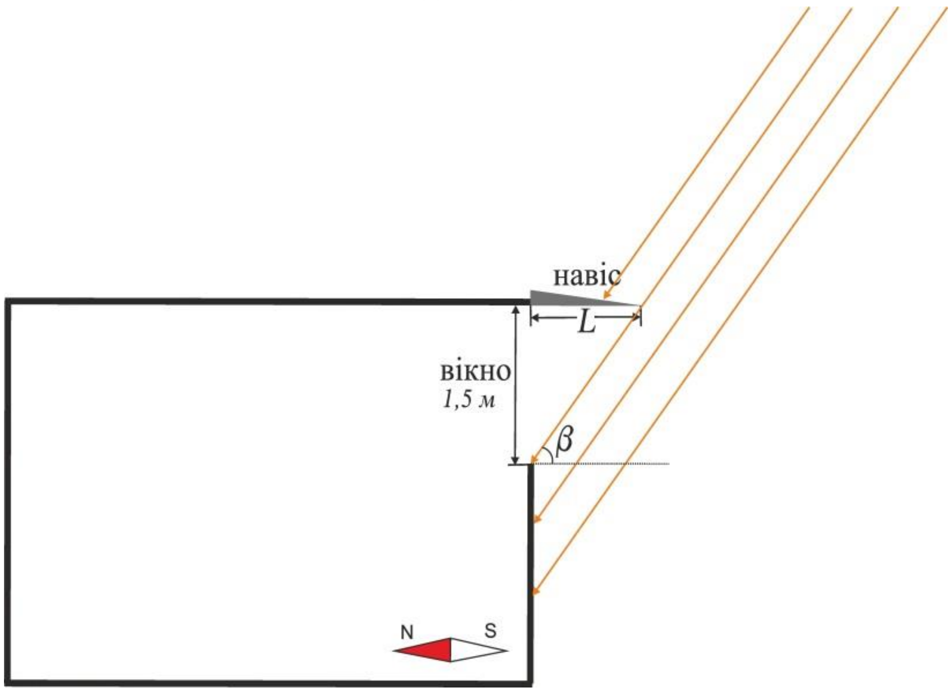
$H = 1{,}5$ м

Знайти:



$L - ?$

Розв’язок



Схилення Сонця у день літнього сонцестояння

$$\delta_{\odot} = 23{,}5°$$

Кут між сонячними променями та горизонтом в полудень у день літнього сонцестояння є максимальною висотою Сонця у цей день

$$\beta = h_{max} = 90° - \varphi + \delta_{\odot}$$

$$= 90° - 51° + 23{,}5° = 62{,}5°$$

З іншого боку

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{H}{L}$$

Тоді

$$L = \frac{1{,}5 \text{ м}}{\mathrm{tg}\,62{,}5°} = 0{,}78 \text{ м} = 78 \text{ см}$$

Відповідь: $L = 78$ см.

Задача 3. Світовий рекорд зі стрибків у висоту на Землі становить 2,45 м**. Визначте, на яку відповідну висоту зміг би підскочити рекордсмен в умовах гравітації Місяця? Маса Землі у** 81 **разів більша маси Місяця, відношення радіуса Землі до радіуса Місяця дорівнює** 3,66**.**

Дано:

$h_З = 2{,}45$ м

$\frac{M_З}{M_М} = 81$

$\frac{R_З}{R_М} = 3{,}66$

Знайти:

$h_М - ?$

Розв'язок

Максимальна висота стрибка

$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Поверхнева гравітація

$$g = G\frac{M}{R^2}.$$

Таким чином, одержуємо

$$\frac{h_М}{h_З} = \frac{g_З}{g_М} = \left(\frac{M_З}{M_М}\right) \times \left(\frac{R_М}{R_З}\right)^2 = \left(\frac{81}{1}\right) \times \left(\frac{1}{3,66}\right)^2 = 6.$$

Отже, максимальна висота стрибка на поверхні Місяця могла би бути

$$h_М = 6 \times 2,45 \text{ м} = 14,7 \text{ м}.$$

Відповідь: $h_М = 14,7$ м.

Задача 4. У таблиці наведені дати послідовних конфігурацій деякої планети Y, Землі та Сонця, які взяті з астрономічних спостережень. На основі цих даних розрахуйте:

а) які конфігурації планети Y можуть відбуватися у 2024 році? Яка їх дата?

б) на якій відстані планета Y знаходиться від Сонця?

с) яка це планета Сонячної системи?

Дата	Назва конфігурації
01.02.2021	**Східна квадратура**
08.10.2021	**Сполучення**
27.08.2022	**Західна квадратура**
08.12.2022	**Протистояння**
17.03.2023	**Східна квадратура**
18.11.2023	**Сполучення**

Дано:
Календарні дати конфігурацій планети.
Знайти:
Календарні дати можливих конфігурацій планети у 2024 році – ?
a – ?
Встановити про яку планету сонячної системи йде мова – ?

Розв’язок

а) Розрахуємо синодичний період (проміжок часу між двома послідовними однойменними кульмінаціями)

$$S_1 = 17.03.2023 - 01.02.2021 = 774 \text{ днів}$$

$$S_2 = 18.11.2023 - 08.10.2021 = 771 \text{ днів}$$

Середній синодичний період

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{774 + 771}{2} = 772,5 \text{ днів}$$

Розрахуємо дату західної квадратури та протистояння.

Квадратура: $27.08.2022 + 772,5 \text{ днів} = 08.10.2024$

Протистояння: $08.12.2022 + 772,5 \text{ днів} = 19.01.2025$

Таким чином, у 2024 році відбудеться західна квадратура планети Y. Орієнтовна дата 08.10.2024

б) Знайдемо зоряний період планети Y

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{Землі}}} - \frac{1}{T_Y}$$

$$\frac{1}{T_Y} = \frac{1}{T_{\text{Землі}}} - \frac{1}{S} = \frac{1}{365{,}2422} - \frac{1}{772{,}5} = 0{,}00144$$

$$T_Y = 693 \text{ діб} = 1{,}897 \text{ року}$$

За третім законом Кеплера

$$a = \sqrt[3]{T_Y^2} = \sqrt[3]{1{,}897^2} = 1{,}53 \text{ а. о.}$$

с) Планета Y=Марс

Відповідь: 08.10.2024 (квадратура); $a = 1{,}53$ а. о; Марс.

Задача 5. Зоря $\boldsymbol{\beta}$ Doradus відноситься до змінних зір типу цефеїди з періодом пульсацій $\mathbf{9{,}84}$ діб. В момент максимуму блиску зоря має мінімальний об'єм та максимальну температуру. Видима зоряна величина цієї зорі змінюється в межах від $\mathbf{3{,}46^m}$ до $\mathbf{4{,}08^m}$. Під час пульсацій максимум теплового випромінювання змінюється в межах від 531 нм до $\mathbf{649}$ нм. Знайдіть відношення максимального до мінімального радіусів зорі.

Дано:
$m_1 = 3{,}46^m$
$m_2 = 4{,}08^m$
$\lambda_1 = 531$ нм
$\lambda_2 = 649$ нм
Знайти:
$\frac{R_2}{R_1}$ – ?

Розв'язок

За формулою Погсона

$$m_1 - m_2 = 2{,}5 \lg \frac{E_2}{E_1}$$

Згідно з законом Стефана-Больцмана світність зорі

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Освітленість, створена зорею на поверхні Землі

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Тоді

$$m_1 - m_2 = 2{,}5\lg\frac{L_2}{L_1} = 2{,}5\lg\frac{R_2^2 T_2^4}{R_1^2 T_1^4} = 5\lg\frac{R_2 T_2^2}{R_1 T_1^2}$$

Застосовуючи закон зміщення Віна, одержуємо

$$m_1 - m_2 = 5\lg\frac{R_2 \lambda_1^2}{R_1 \lambda_2^2}$$

Остаточно

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 10^{(m_1 - m_2)/5}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{649}{531}\right)^2 10^{(3{,}46-4{,}08)/5} = \mathbf{1{,}12}$$

Відповідь: $\frac{R_2}{R_1} = 1{,}12$

Задачі для самостійного розв'язання

1. На якій широті у день літнього сонцестояння висота Сонця в момент нижньої кульмінації дорівнює $-6°$?

2. Мандрівник нахилився над криницею та побачив у воді відображення Капелли ($\alpha = 5^{h}13^{m},\ \delta = +45°47'$). Визначити на якій географічній широті знаходиться мандрівник та зоряний час у цей момент.

3. Упродовж ночі двічі спостерігалася кульмінація певної зорі: у верхній кульмінації її висота дорівнювала $80°$, а у нижній становила $60°$. Визначити широту місця спостереження та пору року, коли воно проводилося. Зробити схематичний рисунок.

4. У результаті спостережень за рухом Юпітера впродовж доби було виявлено, що планета перебувала на висоті $45°$ у верхній кульмінації на південь від зеніту і на висоті $2°$ у нижній кульмінації. Оцініть час, від моменту даного спостереження, через який Юпітер зійде над горизонтом у точці сходу. Нахилом орбіти Юпітера до екліптики можна знехтувати. Період обертання Юпітера навколо Сонця становить 11.86 років.

5. Висота Сонця над горизонтом в істинний полудень 21 грудня дорівнює $15°44'$. Визначте географічну широту місця спостереження. Зробити схематичне креслення умови задачі на моделі небесної сфери.

6. Визначте максимальну висоту, на яку може піднятися Місяць над горизонтом у Луцьку (широта $\varphi = 50°44'$). Орбіта Місяця нахилена до площини екліптики ($\varepsilon = 23°26'$) під кутом $5°09'$. Виконайте схематичне креслення умови задачі на моделі небесної сфери.

7. Під час навколосвітньої мандрівки ви здійснюєте політ на літакові із острова Ізабелла (Атлантичний океан, Галапагоські острови, широта острова $\varphi = 0$, західна довгота $\lambda = 91°20'$, годинний пояс $N = -6^{h}$) в Кенію помилуватися чудовими краєвидами озера Вікторія. Ваш літак має здійснити посадку в Найробі, що знаходиться на екваторі (східна довгота $\lambda = 36°40'$, $N = 3^{h}$). Оцініть, о котрій годині (за годинником аеропорту прибуття)

здійснить посадку ваш літак, якщо час відправлення (за годинником аеропорту на острові Ізабелла) становив $9^{h}00^{m}$. Середня швидкість літака $\upsilon = 1000$ км/год. При розрахунку вважати, що літак рухається за найкоротшим шляхом (по великому колу). Радіус Землі прийняти рівним 6378 км.

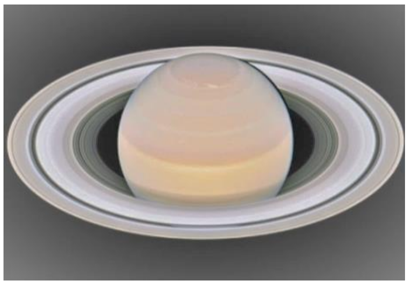
8. Зоря Вега знаходиться у верхній кульмінації о $20^{h}00^{m}00^{s}$ за сонячним часом. О котрій годині відбудеться її нижня кульмінація через 8 днів?

9. У південній Америці (Чилі) розташована унікальна обсерваторія «Ла-Сілья» (географічні координати: 29.25° пд. ш. та 70.73° зх. д.), яка є складовою частиною Європейської південної обсерваторії. 25 лютого 2017 року о 22:30 за поясним часом обсерваторії заплановано початок онлайн-трансляції рідкісного астрономічного явища: поглинання чорною дірою газової хмарини. Розрахуйте дату та час початку онлайн-трансляції за київським часом.

10. Фотокамера, яка нерухомо «націлена» на південну частину неба, щоденно впродовж року робить коротку експозицію о 12:00 середнього сонячного часу на одну і ту ж фотопластинку. Визначити і зобразити траєкторію, яку опише центр диска Сонця на фотопластинці. Позначити на рисунку положення Сонця в дні рівнодень та сонцестоянь. Оцінити поперечні розміри траєкторії.

11. Знайдіть відношення довжини сонячної тіні, яку відкидає Нептун до довжини тіні від Землі у момент, коли планети перебувають на середній відстані від Сонця. Середня відстань Нептуна та Землі відповідно дорівнюють 30 а.о та 1 а.о. Діаметр Нептуна у 3.88 разів більший земного.

12. Вкажіть та обґрунтуйте розміщення спостерігача на Землі, для якого тривалість сходу Сонця буде мінімальною. Розрахуйте відповідну тривалість сходу Сонця. Видимий кутовий радіус Сонця дорівнює $16'$.



13. На знімку праворуч наведено зображення планети Сатурн одержане космічним телескопом Габбл у червні 2018 року. У цей момент планета знаходилася на відстані 1.6 млрд км від поверхні Землі і мала кутовий діаметр $15''$. Використовуючи дане зображення оцініть радіус зовнішнього кільця Сатурна, а також відстань від центра планети до щілини Кассіні. Відповідь запишіть у кілометрах.

14. Як зміниться прискорення вільного падіння на поверхні планети, якщо маса планети збільшиться в m разів, а середня густина планети збільшиться в n разів?

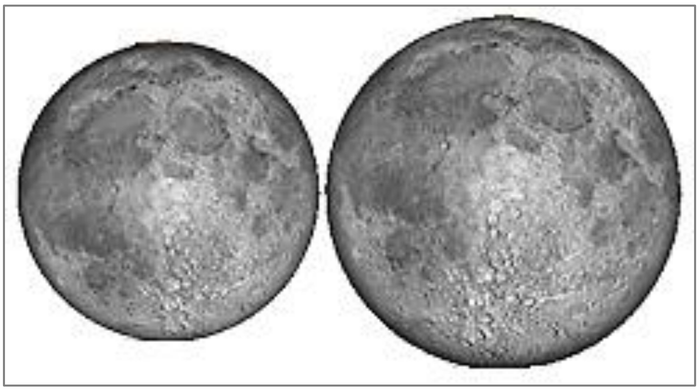
15. Корабель пливе уздовж меридіана. Моряк за допомогою секстанта вимірює висоту Полярної зірки. За добу її висота змінилася з 55° до 45°. З якою швидкістю пливе корабель і в який бік, якщо вважати, що його швидкість постійна?

16. Уявіть собі, що ви мандруєте поясом астероїдів. Характерна густина порід астероїдів становить 3.5 г/см^3. Якими повинні бути мінімальні розміри астероїда, на поверхні якого можна бігати з такою ж швидкістю, як на Землі, без загрози «упасти» в космос?

17. На малюнку зображено два фотознімки Місяця, зроблені однією фотокамерою, встановленою на телескопі, що знаходиться на поверхні Землі. Перший знімок зроблений в момент, коли Місяць знаходився в перигеї, другий – в апогеї. На основі цих даних визначте ексцентриситет орбіти Місяця.

18. Визначте ексцентриситет орбіти комети, якщо відомо, що її лінійна швидкість в перигелії більша у 4.5 разів за швидкість в афелії.

19. На фото (автор Кеоні Еверінгтон) наведено поруч два зображення Місяця у повні (28 липня 2017р. – міні-Місяць та 2 січня 2018р. – супер-Місяць). Кутові розміри Місяця дорівнюють $29'38''$ та $33'15''$. Враховуючи, що середня відстань Місяця від Землі складає 384 400 км, обчислити відстань від Землі до Місяця у перигеї та апогеї.



20. Внутрішня планета A і зовнішня планета B при спостереженнях із Землі мають однаковий синодичний період S. Чому дорівнює синодичний період планети A при спостереженні з планети B?

21. Обчислити гіпотетичний період обертання Місяця навколо Землі при умові, що маса Землі зросла вчетверо, а Місяць опинився на вдвічі більшій відстані. Сидеричний період обертання Місяця при його реальній орбіті дорівнює 27.3 діб.

22. Для геостаціонарного супутника Землі оцініть проміжок часу, впродовж якого він перебуває в тіні від Землі за період свого обертання. Примітка: геостаціонарний супутник при своєму русі постійно перебуває над однією і тією ж точкою земної поверхні.

23. Визначте відношення маси Землі до маси Марса, якщо супутник Фобос віддалений від Марса на 9300 км і здійснює один оберт навколо планети за 7 год 40 хв. Відстань від Землі до Місяця 380 тисяч кілометрів. Місяць здійснює оберт навколо Землі за 27.3 діб.

24. Найближчий супутник Юпітера Іо обертається навколо нього за 42 год 28 хв на середній відстані 421 800 км. За скільки діб другий супутник Юпітера – Європа, обертається навколо нього? Велика піввісь орбіти Європи – 671 100 км.

25. Супутник робить один повний оберт за 4.7 доби навколо астероїда діаметр якого становить 215 км. Радіус орбіти супутника 1190 км. Орбіту супутника вважати коловою. Оцінити густину астероїда.

26. Супутник Нептуна Тритон має радіус орбіти, що дорівнює радіусу орбіти Місяця навколо Землі, але робить один оберт навколо Нептуна за 6 діб. У скільки разів відрізняються маси Нептуна і Землі?

27. Космічний телескоп «Габбл» є унікальною багатоцільовою орбітальною обсерваторією. Максимальна та мінімальна його висота над поверхнею Землі становлять 541 км та 537 км відповідно. Розрахуйте кількість обертів, які здійснює Габбл навколо Землі за одну добу. Радіус та маса Землі дорівнюють 6378 км та 5.97×10^{24} кг відповідно. Гравітаційна стала $\mathrm{G} = 6.67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{Н} \cdot \mathrm{м}^2/\mathrm{кг}^2$.

28. Комета Енке (2P/Encke), яка відноситься до короткоперіодичних комет, востаннє наближалася на мінімальну відстань до Сонця (перебувала у перигелії своєї орбіти) 10 березня 2017 року. Відстані комети до Сонця у перигелії та афелії орбіти становлять відповідно 0.33 а. о. та 4.11 а. о. Розрахуйте дату наступного перигелію комети.

29. Розгляньте ситуацію, коли астронавт наближається до чорної діри. На його тіло будуть діяти припливні гравітаційні сили, які намагаються розтягнути тіло уздовж напрямку на центр діри. Вважаючи, що людина може витримати розтягуючу силу, що дорівнює її вазі

на Землі, оцінити масу чорної діри, в яку космонавт може «пірнути» та витримати припливні сили до моменту досягнення радіуса сфери Шварцшильда чорної діри.

30. 93 Мінерва є астероїдом із головного поясу. Його геометрія близька до сферичної з радіусом $156\ \text{км}$. Астероїд відноситься до типу С (темні вуглецеві об'єкти) із середньою густиною $1900\ \text{кг/м}^3$. Велика піввісь орбіти астероїда становить $2.75\ \text{а.о.}$ Спостереження показують наявність в астероїда супутника – астероїда із значно меншою масою. Оцініть найбільшу відстань між астероїдом 93 Мінерва та його супутником, за якої буде існувати ця гравітаційно зв'язана система.

31. Розглянемо галактику NGC 2885, що знаходиться у сузір'ї Лева. Вона складається з кулястого скупчення зір (ядра галактики) радіусом $R_0 = 4$ кпк та тонкого кільця радіусом $R_0 \leq r \leq 15R_0$. Приймемо, що видима маса кільця набагато менша за масу ядра. Експериментальним шляхом встановлено, що лінійна швидкість зір у кільці не залежить від відстані до центру галактики і приблизно становить $v = 240\ \text{км/с}$. Знайдіть залежність густини темної матерії від відстані до центру галактики, якщо її розподіл є сферично-симетричний. Також оцініть співвідношення між масою ядра M_0 та масою гало темної матерії M_{TM}.

32. Розсіяне зоряне скупчення має видимий візуальний блиск 1^m. Припускаючи, що скупчення складається лише із зір шостої зоряної величини, яке максимальне число зір можна побачити неозброєним оком?

33. Різниця зоряних величин двох зір, що мають однакову світність становить 5^m. У скільки разів одна зоря знаходиться далі від іншої?

34. Кулясте зоряне скупчення містить сто однакових зір восьмої зоряної величини. Визначте сумарну видиму зоряну величину даного скупчення. Чи можна таке зоряне скупчення побачити «неозброєним оком», тобто без телескопа?

35. У сузір'ї Великого Лева (Leo Major, LMa) в 2004 р. спалахнула яскрава зоря, що за блиском була тільки трохи слабшою від Венери. Її позначили SN2004A та віднесли до типу Ia. Про зорі цього типу відомо, що в максимумі блиску їх абсолютна зоряна величина є однаковою і дорівнює -19.3^m. Видима зоряна величина SN2004A у максимумі блиску становила -4.3^m. Яка відстань від Землі до SN2004A?

36. Галактика Цівочне колесо (M101, NGC 5457), яка знаходиться у сузір'ї Велика Ведмедиця, знаходиться на відстані 6.4 млн парсеків від Землі і має видиму зоряну величину 7.8^m. Припустімо, що дана галактика складається тільки із зір, подібних нашому Сонцю. Скільки таких зір має містити галактика, якщо абсолютна зоряна величина Сонця становить 4.8^m?

37. Зоряна система складається з двох зір. Видима зоряна величина першого компонента системи становить $m_1 = -3^m$, а другого $m_2 = -1^m$. Визначити сумарну видиму зоряну величину подвійної зоряної системи.

38. У двох однакових галактиках спалахнули дві однакові наднові зорі типу SN Ia, причому в максимумі блиску видима зоряна величина наднової в першій галактиці становить $+17^m$, а наднової у другій: $+15^m$.

А) Яка з галактик знаходиться на більшій відстані від Землі?

Б) У скільки разів відрізняються відстані від Землі до цих галактик?

39. Абсолютна зоряна величина центральної зорі у системі Trappist-1 становить 18.4^m. Визначте видиму зоряну величину цієї зорі з поверхні екзопланети Trappist-1c, яка віддалена від центральної зорі на середню відстань $0.0158\ \text{а.о.}$ Порівняйте його із видимою зоряною величиною Сонця з поверхні Землі.

40. Визначити видиму зоряну величину Землі для спостерігача, що знаходиться на поверхні Місяця у момент «повної Землі». Альбедо Землі 0.43, альбедо Місяця 0.07, видима зоряна величина Місяця $m_M = -12.5^m$, середній радіус Землі $R_З = 6378$ км, середній радіус Місяця $R_M = 1738$ км.

41. Упродовж місяця видимий діаметр Юпітера зменшився від $50''$ до $47''$. Чому буде дорівнювати видима зоряна величина Юпітера у кінці місяця, якщо на початку місяця вона дорівнювала $m = -2.9^m$?

42. У 386 році китайські літописці відмітили появу в сузір'ї Стрільця «зорі-гості». За сучасними оцінками її видима зоряна величина була $+1.5^m$, а відстань до зорі оцінюється у 16 000 світлових років. Визначити, що спостерігали древні китайці: спалах нової чи наднової зорі?

43. У лютому 2013 року над Челябінськом вибухнув метеорит. За оцінками метеорне тіло мало поперечний діаметр порядку 15 м. Якщо допустити, що це тіло мало кулясту форму і альбедо як у Місяця (7%), визначити, який був його блиск на відстані Місяця від Землі? Вважати, що освітлена сторона цього метеорного тіла була повернута до Землі в момент спостереження. Яким повинен бути діаметр об'єктива телескопа D (мм), щоб зафіксувати це тіло?

44. Змінна зоря типу UV Кита, що має температуру поверхні 3000 К під час спалаху змінила свій блиск на 2 зоряні величини. У максимумі спалаху зі спектрофотометричних спостережень встановлено, що температура склала 12000 К. Оцініть, яка частина площі зорі охоплена спалахом. При розв'язанні вважайте, що спалах відбувся поблизу центру видимого диску зорі.

45. Оцінити температуру поверхні малої планети Седна у момент, коли вона знаходиться в афелії орбіти, якщо велика піввісь її орбіти $a = 484$ а.о., ексцентриситет $e = 0.84$. Альбедо Седни становить 0.32. Температура поверхні Сонця 5770 К. Радіус Сонця 696 000 км.

46. Видима зоряна величина Веги (α Ліри) дорівнює 0.03^m, її річний паралакс $0.13''$. Визначити, до якого спектрального класу вона відноситься, якщо її ефективна температура $T = 9300$ К. Оцінити значення маси Веги у порівнянні з масою Сонця. Встановити колір зорі.

47. Лінія водню 6563 Å у спектрі зорі, яка швидко обертається, має ширину $\Delta\lambda = 6.5$ Å. Вважаючи, що розширення лінії відбувається завдяки обертанню зорі, оцініть якою є лінійна швидкість обертання зорі на екваторі. Вважайте, що промінь зору лежить у площині обертання зорі.

48. Деяка подвійна система зір з масами компонентів $m_1 = 12M_\odot$, $m_2 = 3M_\odot$ здійснює обертання навколо спільного центру мас за 12 діб. Менш масивний компонент є рентгенівським пульсаром із власним періодом пульсацій 0.15 с (у системі відліку, в якій він є нерухомим). Знайдіть відносну та абсолютну зміну періоду пульсара унаслідок ефекту Доплера. Вважайте, що орбіта пульсара є коловою, і промінь зору спостерігача лежить у площині орбіти.

49. Зоря Барнарда, станом на 2020 рік, має екваторіальні координати $\alpha = 17^h57^m47.5^s$, $\delta = +04°45'04.2''$. Компоненти власного руху зорі становлять $\mu_\alpha = -0.863\ ''/\text{рік}$, $\mu_\delta = 10.38\ ''/\text{рік}$. Паралакс зорі $0.547''$. Радіальна швидкість зорі дорівнює $V_r = -110.6$ км/с. На основі цих даних визначте:

А) положення зорі на небесній сфері станом на 2020 рік. У межі якого сузір'я потрапляє зоря? Чи доступна зоря Барнарда для спостережень із території України станом на 2020 рік?

Б) якими будуть екваторіальні координати зорі через тисячу років? Вкажіть положення зорі на небесній сфері. Якщо просторовим рухом сузір'я знехтувати, то чи залишиться зоря у межах того самого сузір'я?

В) в який бік і наскільки зміщена лінія водню H_β у спектрі зорі (лабораторне значення довжини хвилі лінії $\lambda_0 = 486.1$ нм)? Яке значення має просторова швидкість зорі? Який кут утворює просторова швидкість зорі з напрямком «зоря – земний спостерігач»?

Г) розрахуйте час (у роках), через який відбудеться (чи відбулося) мінімальне зближення зорі Барнарда із Сонцем за умови, що швидкість зорі Барнарда відносно Сонця є сталою. Знайдіть мінімальну відстань між Сонцем і зорею Барнарда у цей час;
Д) видима зоряна величина зорі Барнарда станом на 2020 рік становить 9.50^{m}. Якою вона буде (чи була) на мінімальній відстані до Сонця?

50. Еліптична галактика M49 (NGC 4472) є найяскравішою зі скупчень галактик у сузір'ї Діви. Червоне зміщення у спектрах випромінювання галактики становить 0.0033. Видима зоряна величина галактики $+9.4^{m}$. Визначте світність галактики виражену у світностях Сонця.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрієвський С. М., Климишин І. А. Курс загальної астрономії: Навчальний посібник. Одеса : Астропринт, 2007. 480 с.
2. Астрономічний енциклопедичний словник / За ред. І. Климишина, А. Корсунь. Львів : Голов. астроном. обсерваторія НАН України: Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, 2003. 548 с.
3. Кевшин А. Г., Галян В. В. Фізика з основами астрономії: конспект лекцій. 128 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 7 від 23.03.2022 р. https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21008).
4. Кевшин А. Г., Галян В. В., Мирончук Г. Л. Фізика : навчальний посібник з розв’язування задач. 190 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 7 від 25.05.2023 р. https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/22382).
5. Кевшин А. Г. Фізика : конспект лекцій. Луцьк : ПП Іванюк В.П., 2016. 100 с.
6. Крячко І. П. Астрономічні бази даних для науки й освіти. Методичний посібник. К : Наше небо, 2013. 60 с.
7. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.1. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. К. : Техніка, 2006. 536 с.
8. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.2. Електрика і магнетизм. К. : Техніка, 2006. 452 с.
9. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.3. Оптика. Квантова фізика. К. : Техніка, 2006. 520 с.
10. Мирончук Г.Л., Кевшин А. Г., Галян В.В. Фізика ядра і елементарних частинок : задачі. 28 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 1 від 21.09.2022 р. https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21009).

Навчально-методичне видання

Кевшин Андрій Григорович

Шигорін Павло Павлович

Галян Володимир Володимирович

Практикум із розв'язування задач з фізики та астрономії

Задачі

Друкується в авторській редакції