

Волинський національний університет імені Лесі Українки  
Навчально-науковий фізико-технологічний інститут

**Кафедра експериментальної фізики,  
інформаційних та освітніх технологій**

**Андрій Кевшин, Сергій Федосов, Володимир Галян**

# **ФІЗИКА**

## **Задачі**

Луцьк

2020

УДК 539.2  
К–33

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки  
(протокол № від 2020 р.).

**Рецензенти:** *Ящинський Л. В.* – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра фундаментальних наук, Луцький НТУ;

*Шигорін П. П.* – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, ВНУ імені Лесі Українки.

**К 33** Кевшин А. Г., Федосов С. А., Галян В. В. **Фізика** : задачі. Луцьк, 2020. 68 с.

Задачі з «Фізики» – складова комплексу робочих матеріалів написаних на українській мові, створених для забезпечення якісної практичної підготовки фахівців галузей знань 01 Освіта/Педагогіка, 10 Природничі науки, галузей знань технічних наук. Задачі збірника охоплюють курси «Фізика», «Основи комп'ютерної фізики». Видання містить набір задач необхідних для організації повноцінної аудиторної та самостійної роботи студентів, базовим для подальшого поглибленого вивчення навчальних дисциплін фізико-технічної підготовки та спецкурсів спеціальності і рекомендовано використовувати після засвоєння або паралельного вивчення матеріалу навчальної дисципліни «Вища математика».

Навчально-методичне видання відповідає чинним навчальним програм підготовки й рекомендовано студентам спеціальностей 014.05 Середня освіта (Біологія та здоров'я людини), 014.15 Середня освіта (Природничі науки), 091 Біологія, 125 Кібербезпека, 193 Геодезія та землеустрій, спеціальностей галузей технічних наук.

**УДК 539.2**

© Кевшин А. Г. та ін., 2020

© Вежа–Друк, 2020

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b>	4
<b>ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ</b>	6
<b>РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ</b>	7
Приклади розв'язання задач з механіки	9
Завдання для самостійного розв'язання	14
<b>РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА</b>	18
Приклади розв'язання задач з молекулярної фізики і термодинаміки	20
Завдання для самостійного розв'язання	26
<b>РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ</b>	29
Приклади розв'язання задач з електрики і магнетизму	33
Завдання для самостійного розв'язання	38
<b>РОЗДІЛ 4. ОПТИКА</b>	42
Приклади розв'язання задач з оптики	45
Завдання для самостійного розв'язання	49
<b>РОЗДІЛ 5. АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА</b>	55
Приклади розв'язання задач з атомної та ядерної фізики	57
Завдання для самостійного розв'язання	60
<b>ДОДАТКИ</b>	64
<b>ЛІТЕРАТУРА</b>	67

## ВСТУП

Фізика належить до фундаментальних дисциплін і є базовою для вивчення спеціальних курсів студентами нефізичних спеціальностей. Біологічні дослідження (аналізи), прикладні або фундаментальні, завжди тою чи іншою мірою спираються на теорії та закони, встановлені фізикою. Прилади, які використовуються біологами у своїй діяльності, є результатом упровадження фізичних законів у практику.

*Предметом* вивчення фізики є вивчення найбільш загальних закономірностей явищ природи, властивостей і будови матерії та законів її руху.

*Метою* викладання навчальної дисципліни формування у студентів міцних знань фундаментальних фізичних законів з механіки, молекулярної фізики, електрики, оптики, атомної і ядерної фізики.

*Основними завданнями* вивчення дисципліни є вивчення студентами основних теоретичних відомостей та набуття практичних навичок розв'язання конкретних задач з фізики, формування вміння використовувати основні закони фізики для пояснення природних процесів, що відбуваються в літо-, гідро- та атмосфері Землі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

*знати:*

- кінематичні характеристики поступального та обертального рухів;
- енергетичні та динамічні характеристики механічних рухів;
- формулювання основних законів механіки;
- формулювання законів збереження (енергії, імпульсу, моменту імпульсу);
- гармонічні коливання та їх характеристики;
- згасаючі та вимушені коливання, їх характеристики, явище резонансу в природі;
- виникнення і розповсюдження пружних хвиль, перенесення ними енергії;
- опис руху рідин та газів;
- молекулярно-кінетичну теорію будови речовини, моделі ідеальних та реальних газів;
- основні газові закони та ізопроцеси;
- природу світла, поглинання його речовиною і взаємодію з речовиною;
- хвильові властивості світла (інтерференцію, дифракцію та поляризацію);
- мати уявлення про просвітлену оптику, голограму, дифракційну решітку;
- розуміти основні закони теплового випромінювання та парниковий ефект;
- будову атома та ядра;
- природу рентгенівського, лазерного та радіоактивного

випромінювання та їх вплив на речовину;

- отримання ядерної енергії та проблеми ядерної енергетики;

*вміти :*

- використовувати кінематичні характеристики руху;

- використовувати закони динаміки та закони збереження для

вирішення практичних задач;

- розраховувати швидкості, тиск у течії рідини (газу), об'єм рідини (газу), що протікає через даний переліз труби;

- аналізувати коливальні процеси, затухаючі та вимушені коливання за їх характеристиками;

- використовувати рівняння стану газів, основні газові закони та начала термодинаміки на практиці;

- аналізувати роль капілярних явищ та змочування у природі;

- науково обґрунтовувати процеси, що відбуваються у атмосфері Землі;

- давати наукову оцінку про неможливість побудови вічних двигунів

першого та другого роду;

- описувати явища переносу з урахуванням їх характеристик;

- пропонувати засоби захисту від радіоактивного випромінювання та їх реєстрації;

- науково обґрунтовувати пошук та розробку нових екологічно чистих джерел енергії.

## ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Короткий запис умови задачі повинен містити літерні позначення фізичних величин, їх чисельні значення та перевід до одиниць інтернаціональної системи (СІ).

2. Розв'язки задач необхідно виконувати в загальному вигляді. Кінцевий результат отримати у вигляді формули, що містить літерні позначення величин, заданих в умові задачі, та фундаментальних констант. Чисельні значення проміжних величин під час розв'язку не знаходити.

3. Розв'язок задачі супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями щодо походження формул та рівнянь, позначень величин, математичних перетворень. Якщо це необхідно, навести креслення.

4. Після отримання кінцевої розрахункової формули виконати її перевірку на розмірність правої частини.

5. У випадку позитивного результату перевірки на розмірність, підставити чисельні значення величин у СІ і виконати обчислення.

6. Кінцевий результат математично правильно записати з двома знаками після коми.

## РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Механіка – частина фізики, яка вивчає закономірності механічного руху та причини, що викликають чи змінюють цей рух. Механічний рух – це зміна протягом часу взаємного розташування тіл чи їх частин.

Механіка поділяється на три розділи: 1) кінематику; 2) динаміку; 3) статику.

Кінематика вивчає рух тіл, не розглядаючи причини, котрі цей рух обумовлюють.

Динаміка вивчає закони руху тіл та причини, котрі викликають чи змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл.

Найпростішою моделлю механіки є матеріальна точка – тіло, розмірами котрого у даній задачі можна знехтувати.

Траєкторія руху матеріальної точки – лінія, що описується цією точкою у просторі. Залежно від форми траєкторії рух може бути прямолінійним чи криволінійним.

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	Радіус-вектор матеріальної точки	$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори координатних осей $x, y, z$
$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	Модуль радіус-вектора	
$\vec{v}_c = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$	Вектор середньої швидкості	$\Delta\vec{r}$ – вектор переміщення
$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Вектор миттєвої швидкості	$\frac{d\vec{r}}{dt}$ – похідна від радіус-вектора за часом
$v_c = \frac{\Delta S}{\Delta t}$	Модуль середньої швидкості	$\Delta S$ – шлях, пройдений тілом за час $\Delta t$
$\vec{a}_c = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	Вектор середнього прискорення	$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ – зміна вектора швидкості за час $\Delta t$
$a_\tau = \frac{dv}{dt}$	Тангенціальна і нормальна складові вектора прискорення і їх зв'язок з повним прискоренням	$\frac{dv}{dt}$ – похідна від модуля
$a_n = \frac{v^2}{R}$		миттєвої швидкості за часом; $a$ – повне прискорення; $R$ – радіус кривизни траєкторії
$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$		
$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	Шлях при рівноприскореному (рівносповільненому) русі	$v_0$ – початкова швидкість; $a = const$
$\vec{v} = \vec{v}_0 \pm \vec{a}t$	Швидкість при рівноприскореному (рівносповільненому) русі	
$\vec{F} = m\vec{a}$	Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки)	$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ – рівнодійна всіх

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{p} = m\vec{v}$	Імпульс тіла	сил, що діють на тіло; $m$ – маса; $\vec{a}$ – прискорення $\vec{p}$ – імпульс; $m$ – маса; $\vec{v}$ – швидкість
$m_1\vec{v}_1 + m_1\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_1\vec{u}_2$	Закон збереження імпульсу при абсолютно пружному ударі	$m_1, m_2$ – маси тіл; $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ – швидкості тіл до удару; $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ – швидкості тіл після удару
$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$	Закон збереження імпульсу при абсолютно не пружному ударі	$\vec{u}$ – спільна швидкість тіл після удару
$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$	Третій закон Ньютона	
$\vec{F} = m\vec{g}$	Сила тяжіння	$\vec{g}$ – прискорення вільного падіння, $g = 9,8 \frac{m}{c^2}$
$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	Закон всесвітнього тяжіння	$F$ – гравітаційна сила, з якою два тіла взаємодіють між собою; $m_1, m_2$ – маси тіл; $G$ – гравітаційна стала, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\kappa z^2}$
$F_{np} = -k\Delta x$	Сила пружності (закон Гука)	$F_{np}$ – сила пружності, яка виникає при пружній деформації тіла; $\Delta x$ – величина деформації тіла; $k$ – жорсткість пружини (або коефіцієнт пружності деформованого тіла)
$\vec{F}_{mp} = \mu\vec{N}$	Сила тертя ковзання	$\mu$ – коефіцієнт тертя; $\vec{N}$ – сила реакції опори
$A = FS \cos \alpha$	Робота постійної сили	$F$ – сила, що діє на тіло; $S$ – переміщення тіла під дією сили; $\alpha$ – кут між напрямками сили і переміщення
$N = \frac{A}{t}$	Потужність	$A$ – робота, $t$ – час, за який виконана робота
$N = Fv$	Потужність при рівномірному русі	$v$ – швидкість при рівномірному русі
$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{зат}}$	Коефіцієнт корисної дії (ККД) механізму	$A_{кор}$ – корисна робота (потужність, енергія); $A_{зат}$ – затрачена механізмом робота (потужність, енергія)
$E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що рухається поступально	$m$ – маса тіла; $v$ – швидкість
$E_n = mgh$	Потенціальна енергія тіла	$h$ – висота тіла над



Формула	Назва формули	Позначення
$E_n = \frac{kx^2}{2}$	Потенціальна енергія стиснутої (розтягнутої) пружини	вибраним рівнем $k$ – жорсткість пружини; $x$ – стиск (розтяг) пружини
$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Кутова швидкість	$\frac{d\varphi}{dt}$ – похідна від кута повороту за часом
$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	Кутове прискорення	$\frac{d\omega}{dt}$ – похідна від кутової швидкості за часом
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	Кутова швидкість при рівномірному обертанні	$T$ – період обертання; $\nu$ – частота обертання
$\vartheta = \omega R$	Зв'язок між лінійною і кутовою швидкістю	$R$ – радіус кола
$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$	Кінематичні рівняння рівнозмінного обертання	$\varphi$ – кутове переміщення; $\omega_0$ – початкова кутова швидкість; $\varepsilon$ – кутове прискорення (знак „+” – для рівноприскореного обертання, знак „-” – для рівносповільненого обертання)
$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$	Зв'язок тангенціального і нормального прискорень з кутовими величинами	$a_\tau$ , $a_n$ – тангенціальне і нормальне прискорення
$M = Fl$ $L = I\omega$	Момент сили Момент імпульсу	$l$ – плече сили $I$ – момент інерції
$M = I\varepsilon$	Основне рівняння динаміки обертального руху	$I$ – момент інерції; $\varepsilon$ – кутове прискорення
$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі	$\frac{m\nu^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху тіла;
$E_k = \frac{m\nu^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що котиться без ковзання	$\frac{I\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху тіла

### Приклади розв'язання задач з механіки

**Приклад 1.** Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд  $x = 2A + Bt + Ct^3$ , де  $A=4$  м,  $B=2$  м/с,  $C=-1$  м/с<sup>3</sup>. Знайти координату  $x$ , проекції швидкості  $v_x$  і прискорення  $a_x$  точки в момент часу  $t = 2$  с.

**Розв'язання.** Координату  $x$  знайдемо, підставивши у вихідне рівняння руху числові значення коефіцієнтів  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і часу  $t$ .

$$x = (2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 2^3) = 0 \text{ м.}$$

Проекція швидкості на вісь  $x$  є перша похідна координати за часом:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

У момент часу  $t = 2$  с

$$v_x = 2 - 3 \cdot 4 = -10 \text{ м/с.}$$

Проекцію прискорення точки знайдемо, узявши першу похідну від проекції швидкості за часом:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct.$$

У момент часу  $t = 2$  с

$$a_x = 6 \cdot (-1) \cdot 2 = -12 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Відповідь: } v_x = -10 \text{ м/с; } a_x = -12 \text{ м/с}^2.$$

**Приклад 2.** Суцільний циліндр масою 0,5 кг і радіусом 0,02 м обертається відносно осі, що співпадає з віссю циліндра по закону  $\varphi = 12 + 8t - 0,5t^2$ . На циліндр діє сила, дотична до поверхні. Знайти цю силу і гальмівний момент.

**Розв'язання.** Гальмівний момент можна визначити з основного рівняння динаміки обертального руху:

$$M = I\varepsilon,$$

де  $I$  момент інерції циліндра відносно осі обертання,  $\varepsilon$  – кутове прискорення. Для нашого випадку

$$I = \frac{1}{2}mr^2.$$

Кутове прискорення – це друга похідна від кута повороту по часу:

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ або } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

де  $\omega$  – кутова швидкість, рівна першій похідній від кута повороту по часу:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

$$\text{Знайдемо } \omega \text{ та } \varepsilon: \omega = 8 - t, \quad \varepsilon = -1 \frac{\partial \Delta \ddot{a}}{\tilde{n}^2}$$

$$\text{Отже } M = \frac{1}{2}mr^2\varepsilon.$$

Підставляючи дані отримаємо

$$M = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (0,02)^2 \cdot (-1) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (} \acute{I} \cdot \grave{i} \text{)}.$$

$$\text{Момент сили відносно осі обертання: } M = Fr \sin \alpha.$$

Так як сила направлена по дотичній до поверхні, то  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin \alpha = 1$ .

Тоді  $M = Fr$ , звідки  $F = \frac{M}{r} = \frac{-4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} = -2 \cdot 10^{-2} \text{ (Н)}$ .

**Відповідь:**  $M = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (} \dot{I} \cdot \dot{i} \text{)}$ ;  $F = -2 \cdot 10^{-2} \dot{I}$ .

**Приклад 3.** Молот масою 70 кг падає з висоти 5 м і вдаряє по залізній деталі, що лежить на наковальні. Маса наковальні разом з деталлю 1330 кг. Вважаючи удар абсолютно не пружним, визначити енергію, затрачену на деформацію деталі. Систему молот-деталь-наковальня вважати замкнутою.

**Розв'язання.** На основі закону збереження енергії можна вважати, що енергія, затрачена на деформацію деталі, рівна різниці значень механічної енергії системи до і після удару.

Вважаючи, що під час удару змінюється лише кінетична енергія тіл і нехтуючи незначним переміщенням тіл по вертикалі, запишемо енергію деформації

$$E_g = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} - \frac{m_1 v^2}{2}, \quad (1)$$

де  $u$  – загальна швидкість всіх тіл системи після не пружного удару,  $v$  – швидкість молота в кінці падіння з висоти  $h$ . Ця швидкість визначається із закону збереження енергії для молота:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v^2}{2}.$$

Звідки

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (2)$$

Швидкість  $u$  знайдено із закону збереження імпульсу для не пружного удару, який у скалярній формі має вид:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)u. \quad (3)$$

Звідки

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Підставивши у формулу (1) вирази (2) і (4) отримаємо

$$E_g = -\frac{m_1 m_2 gh}{m_1 + m_2} \quad E_g = -\frac{70 \cdot 1330 \cdot 9,8 \cdot 5}{70 + 1330} = -3258 \text{ Дж}.$$

**Відповідь:**  $E_g = -3258 \text{ (Дж)}$ .

**Приклад 4.** Тіло масою 1 кг зазнає зіткнення з нерухомим тілом масою 4 кг. Вважаючи удар центральна і абсолютно пружним, знайти, яку частинку енергії передало перше тіло другому при ударі.

**Розв'язання.** Кінетична енергія першого тіла до удару

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad (1)$$

Кінетична енергія другого тіла до удару  $T_2 = 0$ .

Після удару

$$T_2' = \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (2)$$

Швидкості  $v_1$ ,  $v_2$  і  $u_2$  знайдемо із законів збереження енергії і імпульсу, які справедливі і для абсолютно пружного удару:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (3)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \quad (4)$$

де  $v_1$ ,  $v_2$  і  $u_1$ ,  $u_2$  – швидкості тіл відповідно до і після удару. Так як  $v_2 = 0$ , то формули (3) і (4) приймуть вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходимо:

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Тоді кінетична енергія другого тіла після удару:

$$T_2' = \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{2m_2 m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Частина енергії, яку передає перше тіло другому при ударі рівна:

$$\frac{T_2'}{T_1} = \frac{\frac{2m_2 m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2}}{\frac{m_1 v_1^2}{2}} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

**Відповідь:**  $\frac{T_2'}{T_1} = 0,64$ .

**Приклад 5.** Тонкий стержень масою 300 г і довжиною 50 см обертається з кутовою швидкістю  $10 \text{ с}^{-1}$  в горизонтальній площині навколо вертикальної осі, що проходить через середину стержня. Знайти кутову швидкість, якщо в процесі переміщення в тій же площині стержень переміститься так, що вісь обертання пройде через кінець стержня.

**Розв'язання.** Використаємо закон збереження моменту імпульсу

$$I\omega = \text{const}, \quad (1)$$

де  $I$  – момент інерції стержня відносно осі.

Для ізолюваної системи векторна сума моментів кількості руху є сталою. В даній задачі, внаслідок того, що розподіл маси стержня відносно осі змінюється, момент інерції стержня теж змінюється.

Рівняння (1) для початкового і кінцевого моментів матиме вигляд

$$I_0 \omega_1 = I_2 \omega_2, \quad (2)$$

де  $I_0$  – момент інерції стержня відносно осі, що проходить через центр мас і перпендикулярно до стержня:

$$I_0 = \frac{1}{12} ml^2. \quad (3)$$

$I_2$  – момент інерції стержня відносно осі, що проходить через його кінець і перпендикулярно стержню. Його знайдемо за теоремою Штейнера:

$$I_2 = I_0 + md^2,$$

тут  $d$  – відстань від центра мас до вибраної осі обертання.

У нас  $d = \frac{l}{2}$ , тому

$$I_2 = \frac{1}{12} ml^2 + m \left( \frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} ml^2. \quad (4)$$

Підставимо (3) і (4) в (2):

$$\frac{1}{12} ml^2 \omega_1 = \frac{1}{3} ml^2 \omega_2, \quad \text{звідки} \quad \omega_2 = \frac{\omega_1}{4}; \quad \omega_2 = \frac{10 \text{с}^{-1}}{4} = 2,5 \text{с}^{-1}.$$

**Відповідь:**  $\omega_2 = 2,5 \text{с}^{-1}$ .

**Приклад 6.** Диск масою 2 кг, радіусом 10 см обертається навколо горизонтальної осі, що проходить через його центр з частотою  $600 \text{хв}^{-1}$ . Через 20 с під дією гальмівного моменту диск зупинився. Вважаючи масу диска рівномірно розподіленою, знайти гальмівний момент і число обертів, які зробить диск до повної зупинки.

**Розв'язання.** Для визначення гальмівного моменту  $M$  сил, діючих на тіло, застосуємо основне рівняння динаміки обертального руху у вигляді:

$$I \Delta \omega = M \Delta t,$$

де  $I$  – момент інерції диска відносно осі, що проходить через центр мас;  $\Delta \omega$  – зміна кутової швидкості за проміжок часу  $\Delta t$ .

За умовою  $\Delta \omega = -\omega_0$ , де  $\omega_0$  – початкова кутова швидкість. Кінцева кутова швидкість  $\omega = 0$ . Враховуючи зв'язок кутової швидкості з частотою обертання, запишемо:  $\omega_0 = 2\pi n$  і  $\Delta \omega = -2\pi n$ . Момент інерції диска:  $I = \frac{1}{2} mR^2$ , де  $m$  – маса диска;  $R$  – його радіус. Тоді формула (1) матиме вигляд:

$$-\frac{2\pi n m R^2}{2} = M \Delta t$$

$$M = -\frac{\pi n m R^2}{\Delta t}$$

$$M = -\frac{3,14 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0,01}{20} = -3,1 \cdot 10^{-2} \text{ (} \overset{\cdot}{I} \cdot \overset{\cdot}{i} \text{)}$$

Кут повороту за час обертання диска до зупинки можна визначити за формулою для рівносповільненого обертання:

$$\varphi = \omega_0 \Delta t - \frac{\varepsilon \cdot (\Delta t)^2}{2},$$

де  $\varepsilon$  – кутове прискорення. За умовою задачі:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon \Delta t, \quad \omega = 0 \quad \text{і} \quad \varepsilon \Delta t = \omega_0.$$

Тоді 
$$\varphi = \omega_0 \Delta t - \frac{\omega_0 \Delta t}{2} = \frac{\omega_0 \Delta t}{2}$$

Так як  $\varphi = 2\pi N$ , а  $\omega_0 = 2\pi n$ , то 
$$N = \frac{n \cdot \Delta t}{2}$$

$$N = \frac{10 \text{с}^{-1} \cdot 20 \text{с}}{2} = 100 \text{ (обертів)}.$$

**Відповідь:**  $M = -3,1 \cdot 10^{-2} (\dot{I} \cdot \dot{i})$ ,  $N = 100$  (обертів).

### Задачі для самостійного розв'язання

1. Першу половину часу автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину шляху – зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

2. Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с. Яка була початкова швидкість тіла? Опір повітря не враховувати.

3. З вежі висотою  $H=25$  м горизонтально кинутий камінь зі швидкістю  $v_0=15$  м/с. На якій відстані  $s_x$  від основи вежі камінь упаде на землю? Опір повітря не враховувати.

4. Вагон рухається рівносповільнено з від'ємним прискоренням –  $0,5$  м/с<sup>2</sup>. Початкова швидкість вагона 54 км/год. На якій відстані від початкової точки вагон зупиниться?

5. Тіло падає вертикально з висоти  $h=19,6$  м з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде останній 1 м свого шляху? Опір повітря не враховувати.

6. Тіло падає вертикально з висоти  $h=19,6$  м з нульовою початковою швидкістю. Який шлях пройде тіло за останню 0,1 с свого руху? Опір повітря не враховувати.

7. Камінь кинутий у горизонтальному напрямку. Через 0,5 с після початку руху чисельне значення швидкості каменя стало в 1,5 раза більше його початкової швидкості. Знайти початкову швидкість каменя. Опір повітря не враховувати.

8. Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=At-Bt^2+Ct^3$ , де  $A=2$  м/с,  $B=3$  м/с<sup>2</sup> і  $C=4$  м/с<sup>3</sup>. Знайти залежність швидкості  $v$  і прискорення  $a$  від часу  $t$ .

9. Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=At-Bt^2+Ct^3$ , де  $A=2$  м/с,  $B=3$  м/с<sup>2</sup> і  $C=4$  м/с<sup>3</sup>. Знайти відстань, пройдену тілом, швидкість і прискорення тіла через 2 с після початку руху.

**10.** Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=A-Bt+Ct^2$ , де  $A=6$  м,  $B=3$  м/с і  $C=2$  м/с<sup>2</sup>. Знайти середню швидкість тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

**11.** Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=A-Bt+Ct^2$ , де  $A=6$  м,  $B=3$  м/с і  $C=2$  м/с<sup>2</sup>. Знайти середнє прискорення тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

**12.** Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=A+Bt+Ct^2$ , де  $A=3$  м,  $B=2$  м/с і  $C=1$  м/с<sup>2</sup>. Знайти середню швидкість і середнє прискорення тіла за першу, другу і третю секунди його руху.

**13.** Залежність пройденого тілом шляху  $s$  від часу  $t$  дається рівнянням  $s=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ , де  $C=0,14$  м/с<sup>2</sup> і  $D=0,01$  м/с<sup>3</sup>. Чому дорівнює середнє прискорення тіла за 12 с руху?

**14.** Рух матеріальної точки задано рівнянням  $x=4t-0,05t^2$ . Визначити момент часу, для якого  $v=0$ . Знайти координату і прискорення в цей момент часу.

**15.** Рух двох матеріальних точок задається рівняннями  $x_1=20+2t-4t^2$  і  $x_2=2+2t+0,5t^2$ . В який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Чому дорівнюють прискорення матеріальних точок в цей момент?

**16.** Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь  $x_1=4t+8t^2-16t^3$  і  $x_2=2t-4t^2+t^3$ . В який момент часу прискорення цих матеріальних точок буде однакове? Знайти швидкості матеріальних точок в цей момент.

**17.** При прямолінійному русі тіла масою 1 кг його координата змінюється по закону:  $x=5t-10t^2$ . Знайти силу, що діє на тіло.

**18.** Знайти силу, що діє на тіло через 3 с після початку дії, і швидкість в кінці третьої секунди, якщо тіло масою 3 кг рухається з прискоренням, що змінюється по закону:  $a=10t-10$ ;  $v_0=0$ .

**19.** Згідно умови попередньої задачі визначити силу, що діє на тіло через 5 с після початку дії, і шлях, пройдений тілом за цей час.

**20.** Тіло рухається прямолінійно під дією сталої сили 15 Н. Залежність координати від часу має вид:  $x=10-5t+2t^2$ . Знайти масу тіла.

**21.** Знайти залежність швидкості від часу і силу, що діє на тіло масою 0,1 кг в кінці третьої секунди, якщо координата з часом змінюється по закону:  $x=2t-t^2+3t^3$ .

**22.** Снаряд масою 10 кг мав швидкість 200 м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша, з масою 3 кг одержала швидкість 400 м/с в попередньому напрямку. Знайти швидкість після розриву другої, більшої частини.

**23.** У якому випадку двигун автомобіля виконає більшу роботу (у скільки разів): для розгону з місця до швидкості 36 км/год чи при збільшенні швидкості від 36 до 72 км/год. Силу опору і час в обох випадках вважати однаковими.

**24.** Автомобіль масою 5 т рухається при гальмуванні рівносповільнено, при цьому протягом десяти секунд його швидкість зменшується від 72 км/год до 54 км/год. Знайти гальмівну силу.

**25.** Тіло масою 1 кг під дією сталої сили рухається прямолінійно. Залежність шляху, пройденого тілом від часу виражається рівнянням:  $s=t^2+2t+2$ . Знайти роботу сили за 5 с після початку дії.

**26.** Автомобіль вагою  $10^4$  Н зупиняється при гальмуванні за 5 с, пройшовши при цьому рівносповільнено відстань у 25 м. Знайти: 1) початкову швидкість автомобіля, 2) силу гальмування.

**27.** Матеріальна точка рухається по колу радіусом 100 см згідно рівнянню:  $s=8t-0,2t^3$ . Знайти швидкість, тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу 2 с.

**28.** Суцільна кулька масою 400 г і радіусом 5 см обертається навколо осі, що проходить через центр. Закон обертання кульки має вид  $\varphi=4+2t+t^2$ . Знайти гальмівний момент.

**29.** Стержень масою 800 г і довжиною 1 м обертається навколо осі, що проходить через один із його кінців по закону  $\varphi=2+t+t^2$ . Знайти момент сили, що діє на другий його кінець.

**30.** Суцільний диск масою 200 г обертається навколо осі, що проходить через його центр мас під дією моменту сил 0,8 Н·см. Закон обертання має вид  $\varphi=5-t+2t^2$ . Визначити радіус диска.

**31.** Порожнистий циліндр обертається навколо осі, що співпадає з віссю циліндра, по закону  $\varphi=10-5t+0,5t^2$ . Знайдіть момент інерції і масу циліндра, якщо його радіус 5 см. Момент сили відносно осі обертання, діючий на циліндр 0,75 Н·м.

**32.** Швидкості двох абсолютно пружних куль до удару рівні 0,1 і 0,05 м/с, а їх маси відповідно рівні 3 і 4 кг. Знайти їх швидкості після удару.

**33.** Куля масою 4 кг рухається зі швидкістю 2 м/с і стикається з нерухомою кулею масою 1 кг. Обчислити роботу, що здійснюється внаслідок деформації куль при прямому центральному ударі. Кулі вважати непружними.

**34.** Кулька масою 100 г впала з висоти 2,5 м на горизонтальну плиту, маса якої набагато більша за масу кульки, і відскочила від неї вверх. Вважаючи удар абсолютно пружним, визначити імпульс, отриманий плитою.

**35.** Кулька масою 300 г вдарила в стіну і відскочила від неї. Визначити імпульс, отриманий стіною, якщо в останній момент перед ударом кулька мала швидкість 10 м/с, спрямовану під кутом  $30^\circ$  до поверхні стіни. Удар вважати абсолютно пружним.

**36.** Тепловоз масою 40 т, рухаючись зі швидкістю 1 м/с, вдаряється в два нерухомих пружних буфери вагонів. Знайти найбільше стискання буфера вагона, якщо жорсткість пружини  $5 \cdot 10^4$  Н/см.

**37.** Яку максимальну частину своєї кінетичної енергії може передати частинка масою  $2 \cdot 10^{-22}$  г в результаті пружного удару з частинкою масою  $6 \cdot 10^{-22}$  г, яка до зіткнення знаходилась в стані спокою?

**38.** Для того, щоб розтягнути пружину на 2 см, треба прикласти силу 40 Н. Яка робота здійснюється при стисканні пружини на 5 см?

**39.** На тіло діє сила  $F=kx^2$ . На скільки збільшиться потенціальна енергія тіла при його переміщенні з точки  $x=0$  в точку  $x=5$  см?



**40.** На тіло, що рухається із швидкістю 2 м/с, подіяла сила 2 Н в напрямку швидкості. Через 10 с після початку дії сили кінетична енергія тіла 100 Дж. Знайти масу тіла, приймаючи його за матеріальну точку.

**41.** Стержень масою 2 кг і довжиною 1 м може обертатись навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно стержню. В кінець стержня попадає куля масою 10 г, що летить перпендикулярно осі стержня зі швидкістю 500 м/с. Визначити кутову швидкість, з якою починає обертатись стержень, якщо куля застряє в ньому.

**42.** Два диски, що обертаються один над другим, розміщені горизонтально так, що площини їх паралельні, а центри лежать на одній вертикалі. Кутова швидкість і момент інерції першого диска рівна 10 рад/с і  $2 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>, а другого – відповідно 5 рад/с і  $4 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>. Перший диск падає на другий і система обертається як єдине ціле. Визначити кутову швидкість обертової системи і зміну кінетичної енергії дисків після падіння першого на другий.

**43.** Суцільний циліндр масою 10 кг котиться без ковзання зі сталою швидкістю 10 м/с. Визначити кінетичну енергію циліндра і час до його зупинки, якщо на нього подіє сила 50 Н.

**44.** Суцільна куля скочується по похилій площині довжина якої 10 м і кут нахилу 30°. Визначити швидкість кулі в кінці похилої площини.

**45.** Порожнистий циліндр масою 2 кг котиться по горизонтальній поверхні зі швидкістю 20 м/с. Визначити силу, яку необхідно прикласти до циліндра, щоб зупинити його на шляху 1,6 м.

**46.** Маховик, що має форму диска масою 30 кг і радіусом 10 см обертається з частотою 300 хв<sup>-1</sup>. Під дією сили тертя диск зупинився через 20 с. Знайти момент сили тертя, вважаючи його сталим.

**47.** Яку швидкість повинна мати куля, яка котиться без ковзання, щоб підняти на похилій площині з кутом нахилу 30°, на висоту 2 м, якщо сила опору рівна 0,2 ваги кулі? Знайти час підйому.

**48.** За умовою попередньої задачі визначити, з якою швидкістю і протягом якого часу куля скотиться назад.

**49.** Спочатку диск, а потім обруч скочуються з похилої площини з кутом нахилу 30° до горизонту. Визначити їх прискорення.

**50.** Куля і суцільний циліндр мають однакову масу (по 5 кг) і рухаються з однаковою швидкістю 10 м/с. Знайти кінетичні енергії цих тіл.

## РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Молекулярна фізика і термодинаміка – розділи фізики, в яких вивчаються макроскопічні процеси в тілах, що зв’язані з великою кількістю атомів і молекул, з яких складаються тіла.

Молекулярна фізика вивчає будову і властивості речовини в різних агрегатних станах – твердому, рідкому та газоподібному, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень про те, що всі тіла складаються з атомів і молекул, які перебувають у неперервному тепловому русі.

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами.

Формула	Назва формули	Позначення
$pV = \frac{m}{\mu} RT$	Рівняння Менделєєва–Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)	$p$ – тиск газу; $V$ – об’єм газу; $m$ – маса газу; $\mu$ – молярна маса; $R$ – універсальна газова стала ( $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ ); $T$ – абсолютна температура
$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$	Кількість речовини	$m$ – маса газу; $\mu$ – молярна маса; $N$ – кількість частинок у даній масі речовини; $N_A$ – число Авогадро
$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$	Рівняння об’єднаного газового закону (рівняння Клайперона)	$p_1, p_2$ – початковий і кінцевий тиск газу; $V_1, V_2$ – початковий і кінцевий тиск об’єм газу
$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i$	Закон Дальтона	$p$ – тиск суміші газів; $p_i$ – парціальні тиски $i$ -х газів суміші
$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_i}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_i}$	Молярна маса суміші газів	$\nu_i$ – кількість речовини $i$ -го газу суміші
$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$	середня квадратична швидкість молекул газу	
$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$	Середня квадратична швидкість молекули газу	
$v_{\text{ім}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$	Найімовірніша швидкість молекули газу	
$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle$ $p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{к}} \rangle$	Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газу	$m_0$ – маса молекули; $n$ – концентрація атомів чи молекул; $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ середня квадратична швидкість

Формула	Назва формули	Позначення
$p = nkT$		молекул газу; $\langle E_k \rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули; $k$ – стала Больцмана $\left( k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right)$
$E_i = \frac{i}{2} kT$	Середня повна енергія теплового руху молекули	$i$ – число ступенів свободи молекули газу $(i = i_{\text{пост}} + i_{\text{об}} + 2i_{\text{кол}}$ – число поступальних, обертальних та коливальних ступенів свободи)
$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}} = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$	Барометрична формула	$p$ – тиск повітря на висоті $h$ ; $p_0$ – тиск повітря на поверхні Землі $n$ – концентрація молекул на висоті $h$ ; $n_0$ – концентрація молекул біля поверхні Землі; $E_p$ – потенціальна енергія молекули на висоті $h$ $d$ – ефективний діаметр молекули
$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}$	Розподіл Больцмана молекул ідеального газу, що знаходяться в полі сили тяжіння Землі	
$z = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle$	Середнє число співударів молекули за 1с	
$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle g \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d^2 n}$	Середня довжина вільного пробігу молекули	
$C_p = \frac{i+2}{2} R$	Молярна теплоємність при постійному тиску	$i$ – число ступенів свободи молекули газу; $R$ – універсальна газова стала
$C_v = \frac{i}{2} R$	Молярна теплоємність при постійному об'ємі	
$C_p - C_v = R$	Рівняння Майєра	
$\delta Q = dU + \delta A$	Перше начало термодинаміки	$\delta Q$ – кількість теплоти, яка надається термодинамічній системі, $dU$ – зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи, $dA$ – робота, яка виконується термодинамічною системою проти зовнішніх сил
$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT = \frac{i}{2} C_v T$	Внутрішня енергія ідеального газу	$C_v$ – молярна теплоємність при постійному об'ємі

Формула	Назва формули	Позначення
$pV^\gamma = const$ $TV^{\gamma-1} = const$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const$	Рівняння Пуассона для адіабатного процесу	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ показник адіабати, $\gamma = \frac{i+2}{i}$
$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$	Робота газу при ізотермічному процесі	
$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$	Робота газу при ізобарному процесі	$p_1, p_2$ – початковий і кінцевий тиск газу; $V_1, V_2$ – початковий і кінцевий тиск об'єм газу; $T_1, T_2$ – початкова і кінцева температура газу
$A = \frac{m}{M} C_p (T_1 - T_2) =$ $= \frac{m}{M} \frac{RT_1}{(\gamma-1)} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] =$ $= \frac{p_1 V_1}{(\gamma-1)} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$	Робота газу при адіабатному процесі	
$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$	Коефіцієнт корисної дії циклу Карно	$Q_1$ – кількість теплоти отриманої від нагрівника, $Q_2$ – кількість теплоти відданої холодильнику, $T_1$ – температура нагрівника, $T_2$ – температура холодильника
$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$	Зміна ентропії	$\Delta S$ – різниця ентропій $S_2$ і $S_1$ у двох рівноважних станах

## Приклади розв'язання задач з молекулярної фізики і термодинаміки

**Приклад 1.** В посудині об'ємом  $3 \text{ м}^3$  знаходиться суміш  $7 \text{ кг}$  азоту і  $2 \text{ кг}$  водню при температурі  $27^\circ\text{C}$ . Визначити тиск і молярну масу суміші газів.

**Розв'язання.** Запишемо рівняння Клапейрона–Менделєєва для азоту і водню

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT, \quad (1)$$

де  $p_1$  – парціальний тиск азоту,  $m_1$  – маса азоту,  $\mu_1$  – його молярна маса,  $V$  – об'єм посудини,  $T$  – температура газу;  $R$  – молярна газова стала,  $p_2$  – парціальний тиск водню,  $m_2$  – маса водню,  $\mu_2$  – його молярна маса.

За законом Дальтона, тиск суміші рівний сумі парціальних тисків газів, що входять в склад суміші:

$$p = p_1 + p_2. \quad (2)$$

Під парціальним тиском  $p_1$  і  $p_2$  розуміють той тиск, який чинив би газ, якби він тільки один знаходився в посудині.

З рівнянь (1) знайдемо  $p_1$  і  $p_2$  та підставимо в рівняння (2)

$$p = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{V}. \quad (3)$$

Молярну масу суміші газів знайдемо по формулі

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}, \quad (4)$$

де  $\nu_1$  і  $\nu_2$  – число молів азоту і водню відповідно. Число молів газу знайдено за формулами

$$\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \quad \text{і} \quad \nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2}. \quad (5)$$

Підставляючи (5) у (4) знаходимо

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}. \quad (6)$$

Підставляючи дані в (3) і (6) знайдемо

$$p = \left( \frac{7}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{2}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{3} = 1,04 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,04 \text{ МПа},$$

$$\mu = \frac{7 + 2}{\frac{7}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{2}{2 \cdot 10^{-3}}} = 7,2 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right).$$

$$\text{Відповідь: } p = 1,04 \text{ МПа} \quad ; \quad \mu = 7,2 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right).$$

**Приклад 2.** Визначити середні кінетичні енергії поступального і обертального руху молекул, що містяться в 4 кг кисню при температурі 200 К?

**Розв'язання.** Вважаємо кисень ідеальним газом. Для двохатомного газу, число ступенів вільності молекули  $i = 5$ . В середньому на одну ступінь вільності припадає енергія :

$$\langle \varepsilon_i \rangle = kT,$$

де  $k$  – стала Больцмана,  $T$  – термодинамічна температура.

З п'яти ступенів вільності поступальному руху відповідає три ( $i = 3$ ).

Тоді енергія однієї молекули:  $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT$ ,  $\langle \varepsilon_{\text{обр}} \rangle = kT$ .

Число молекул, що містяться в масі газу

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A,$$

де  $m$  – маса кисню,  $\mu$  – його молярна маса,  $\nu$  – кількість молів,  $N_A$  – стала Авогадро.

Тоді середня кінетична енергія поступального руху молекул кисню рівна:

$$\langle E_{\text{т\ddot{o}}} \rangle = \frac{m}{\mu} N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

де  $R = kN_A$  – універсальна газова стала.

Середня кінетична енергія обертального руху молекул кисню.

$$\langle E_{\text{\ddot{a}}} \rangle = \frac{m}{\mu} RT. \quad (2)$$

Підставляючи числові значення у формули (1) і (2), отримаємо

$$\langle E_{\text{т\ddot{o}}} \rangle = \frac{3 \cdot 4 \cdot 8,31 \cdot 200}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 3,12 \cdot 10^5 \text{ \AA} \epsilon .$$

$$\langle E_{\text{\ddot{a}}} \rangle = \frac{4 \cdot 8,31 \cdot 200}{32 \cdot 10^{-3}} = 2,08 \cdot 10^5 \text{ \AA} \epsilon .$$

**Відповідь:**  $\langle E_{\text{т\ddot{o}}} \rangle = 3,12 \cdot 10^5 \text{ \AA} \epsilon$  ;  $\langle E_{\text{\ddot{a}}} \rangle = 2,08 \cdot 10^5 \text{ \AA} \epsilon$  .

**Приклад 3.** Визначити середню довжину вільного пробігу молекул і число співударів за 1 с, що відбуваються між всіма молекулами водню, який міститься в посудині ємністю 1 л при температурі 27°C і тиску  $10^4$  Па

**Розв’язання.** Середня довжина вільного пробігу молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (1)$$

де  $d$  – ефективний діаметр молекули  $n$  – концентрація молекул в одиниці об’єму. Концентрацію молекул визначаємо з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії

$$p = nkT. \quad (2)$$

Звідки

$$n = \frac{p}{kT},$$

де  $k$  – стала Больцмана. Підставляючи (2) в (1) маємо:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}. \quad (3)$$

Число співударів  $Z$ , що відбуваються між всіма молекулами за 1 с, знаходимо із співвідношення

$$Z = \frac{\langle z \rangle N}{2}, \quad (4)$$

де  $N$  – число молекул водню в посудині об’ємом  $V = 10^{-3} \text{ м}^3$ ,  $\langle z \rangle$  – середнє число співударів однієї молекули за 1 с.

Число молекул в посудині

$$N = nV. \quad (5)$$

Середнє число зіткнень молекули за 1 с

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle}, \quad (6)$$

де  $\langle v \rangle$  – середня арифметична швидкість молекули

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (7)$$

Підставляючи в (4) вирази (5), (6), (7), знаходимо

$$Z = \frac{2\pi d^2 p^2 V}{(kT)^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}},$$
$$Z = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (2,3 \cdot 10^{-10}) \cdot (10^4) \cdot 10^{-3}}{(1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^2} \frac{8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1,21 \cdot 10^{30} \text{ (с}^{-1}\text{)},$$
$$\langle \lambda \rangle = \frac{1,31 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2 \cdot 3,14 \cdot (2,3 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 10^4} = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ (і)}.$$

**Відповідь:**  $Z = 1,21 \cdot 10^{30} \text{ (с}^{-1}\text{)}$ ;  $\langle \lambda \rangle = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ (і)}$ .

**Приклад 4.** Кисень масою 320 г нагрівають при сталому тиску від 300 до 310 К. Визначити кількість теплоти, поглинутої газом, зміну внутрішньої енергії і роботу розширення газу.

**Розв'язання.** Кількість теплоти, необхідної для нагрівання газу при сталому тиску  $T_1=300 \text{ К}$

$$Q = mc_p(T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu} C_p(T_1 - T_2), \quad (1)$$

де  $c_p$  і  $C_p = c_p \cdot \mu$  – питома і молярна теплоємності газу при сталому тиску;  $\mu$  – молярна маса газу. Але

$$C_p = \frac{i+2}{2} R,$$

де  $i$  – число ступенів вільності. Для двохатомних газів  $i = 5$ . Зміна внутрішньої енергії газу

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v(T_2 - T_1), \quad (2)$$

де  $C_v$  – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі

$$C_v = \frac{i}{2} R.$$

Робота розширення газу при ізобарному процесі

$$A = p \cdot \Delta V,$$

де  $\Delta V = V_2 - V_1$  – зміна об'єму газу, яку знаходимо з рівняння Клапейрона-Менделєєва. При ізобарному процесі.

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \quad \text{і} \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2. \quad (3)$$

Із виразу (3) знаходимо:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

Отже,

$$A = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1). \quad (4)$$

Підставляючи числові значення з формули (1), (2) і (4) отримаємо  $Q = 2910 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ ;  $\Delta U = 2080 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ ;  $A = 830 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ .

**Відповідь:**  $Q = 2910 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ ;  $\Delta U = 2080 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ ;  $A = 830 \text{ (} \ddot{A}\text{e)}$ .

**Приклад 5.** Об'єм аргону, що знаходиться під тиском 80 кПа, збільшився від 1 до 2 л. Як зміниться внутрішня енергія газу, якщо розширення проводилось: а) ізобаричного; б) адіабатично.

**Розв'язання.** Використаємо перший закон термодинаміки. Згідно цього закону кількість теплоти  $Q$ , передана системі, витрачається на збільшення внутрішньої енергії  $\Delta U$  і на виконання зовнішньої механічної роботи  $A$ :

$$Q = \Delta U + A, \quad (1)$$

де

$$\Delta U = \frac{m}{\mu}C_V\Delta T, \quad (2)$$

$m$  – маса газу,  $C_V$  – молярна ізохорна теплоємність, рівна

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad (3)$$

де  $i$  – число ступенів вільності. Тоді вираз (2) приймає вигляд

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T. \quad (4)$$

Запишемо рівняння Клапейрона-Менделєєва для початкового і кінцевого станів газу при ізобаричному процесі

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \quad \text{і} \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2,$$

звідси

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1). \quad (5)$$

Підставивши (5) в (4), отримаємо

$$\Delta U = \frac{i}{2}p(V_2 - V_1). \quad (6)$$

При адіабатичному розширенні газу теплообмін з зовнішнім середовищем відсутній, тому  $Q = 0$ . Рівняння (1) запишемо у вигляді

$$\Delta U + A = 0 \quad (7)$$



або

$$A = -\Delta U. \quad (8)$$

Знак «мінус» перед  $\Delta U$  означає, що робота розширення газу може бути виконана лише за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу.

Робота, що здійснюється газом при адіабатичному процесі

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right], \quad (9)$$

де  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$  – показник адіабати. Для аргону – одноатомного газу ( $i = 3$ )

– маємо  $\gamma = 1,67$ .

Знайдемо зміну внутрішньої енергії при адіабатичному процесі для аргону, враховуючи формули (8) і (9):

$$\Delta U = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} - 1 \right]. \quad (10)$$

Підставляючи числові значення в (6) і (10), отримаємо:

а) при ізотермічному розширенні:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 0,8 \cdot 10^5 (2 \cdot 10^{-3} - 10^{-3}) = 120 \text{ (} \ddot{A} \text{e)}.$$

б) При адіабатичному розширенні:

$$\Delta U = \frac{0,8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{1,67 - 1} \left[ \left( \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,67 - 1} - 1 \right] = -44,6 \text{ (} \ddot{A} \text{e)}.$$

**Відповідь:**  $\Delta U = 120 \text{ (} \ddot{A} \text{e)}$ ;  $\Delta U = -44,6 \text{ (} \ddot{A} \text{e)}$ .

**Приклад 6.** Температура нагрівника теплової машини 450 К. Температура холодильника 300 К. Знайти ККД теплової машини, що працює за циклом Карно, і повну потужність машини, якщо нагрівник щосекундно передає їй 1525 Дж теплоти.

**Розв'язання.** ККД теплової машини

$$\eta = \frac{T - T_0}{T} \text{ або } \eta = \frac{A}{Q}. \quad (1)$$

З виразу (1) знаходимо  $A = \eta Q = \left( \frac{T - T_0}{T} \right) Q$ .

Проведемо обчислення

$$\eta = \frac{450 - 300}{450} = 0,33; \quad A = 0,33 \cdot 1525 = 508 \text{ (} \ddot{A} \text{e)}.$$

Ця робота здійснюється за 1 с, отже, повна потужність машини

$$N = \frac{A}{t}; \quad N = \frac{508}{1} \text{ (} \hat{A} \text{)}.$$

**Відповідь:**  $\eta = 0,33$ ;  $N = 508 \text{ (} \hat{A} \text{)}$ .

### Завдання для самостійного розв'язання

1. Який об'єм при нормальних умовах займає суміш 4 кг гелію і 4 кг азоту?
2. В балоні об'ємом 5 л знаходиться 2 кг водню і 1 кг кисню. Знайти тиск суміші, якщо температура навколишнього середовища  $7^{\circ}\text{C}$ ?
3. У скільки разів густина повітря, що заповнює приміщення зимою ( $7^{\circ}\text{C}$ ), більша за його густину літом ( $37^{\circ}\text{C}$ )? Тиск однаковий.
4. Який об'єм займають 10 кг кисню при тиску 750 мм.рт.ст і температурі  $20^{\circ}\text{C}$ ?
5. Який може бути найменший об'єм балону, що містить 6,4 кг кисню, якщо його стінки при температурі  $20^{\circ}\text{C}$  витримує тиск 15,7 МПа?
6. Густина деякого газу при температурі  $10^{\circ}\text{C}$  і тиску 0,2 Мпа рівна  $0,34\text{ кг/м}^3$ . Чому дорівнює молярна маса цього газу?
7. В балоні об'ємом 10 л знаходиться стиснуте повітря при  $27^{\circ}\text{C}$ . Після того як частину повітря випустили, тиск понизився на  $2 \cdot 10^5$  Па. Знайти масу випущеного повітря. Процес вважати ізотермічним.
8. В посудині, що має форму кулі, радіус якої 0,2 м, знаходиться 80 г азоту. До якої температури можна нагрівати посудину, якщо її стінки витримують тиск  $7 \cdot 10^5$  Па?
9. При якій температурі знаходиться газ, якщо при нагріванні його на  $20^{\circ}\text{C}$  при сталому тиску об'єм збільшився в 2 рази? Для яких газів це можливо?
10. В балонах об'ємом 10 л і 22 л міститься газ. Тиск в першому балоні 1,2 МПа, в другому – 1,6 МПа. Визначити загальний тиск газу після з'єднання балонів, якщо температура газу лишилась незмінною.
11. Який об'єм при нормальних умовах займає суміш 2 кг кисню і 1 кг азоту?
12. При температурі  $27^{\circ}\text{C}$  і тиску  $12 \cdot 10^{23}$  кПа густина суміші водню і азоту  $10\text{ г/дм}^3$ . Визначити молярну масу суміші.
13. Балон об'ємом 15 л містить суміш водню і азоту при температурі 300 К і тиску 1,23 МПа. Маса суміші 145 г. Визначити масу водню і масу азоту.
14. В порожню посудину об'ємом  $5\text{ дм}^3$  впустили  $3\text{ дм}^3$  азоту під тиском 250 кПа і  $4\text{ дм}^3$  водню під тиском 50 кПа. Який тиск утвореної суміші?
15. Тиск ідеального газу 2 МПа, концентрація молекул  $2 \cdot 10^3\text{ см}^{-3}$ . Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули і температуру газу.
16. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули неону, кисню і водяної пари при температурі 500 К.
17. Середня кінетична енергія поступального руху молекул газу рівна  $5 \cdot 10^{-21}$  Дж. Концентрація молекул  $3 \cdot 10^{19}\text{ см}^{-3}$ . Визначити тиск газу.

**18.** Визначити середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули двоатомного газу, якщо сумарна кінетична енергія молекул 1 кмоль цього газу 6,02 МДж.

**19.** Скільки молекул водню знаходиться в посудині об'ємом 1 л, якщо середня квадратична швидкість руху молекул 500 м/с, а тиск на стінки посудини 1 кПа.

**20.** Знайти середню кінетичну енергію обертального руху всіх молекул, що містяться в 0,25 г водню при температурі 27<sup>0</sup>С.

**21.** Визначити концентрацію молекул ідеального газу при температурі 350 К і тиску 10<sup>3</sup> кПа.

**22.** Визначити температуру ідеального газу, якщо середня кінетична енергія поступального руху його молекул 2,8·10<sup>-19</sup> Дж.

**23.** У посудині об'ємом 500 см<sup>3</sup> знаходиться газ при температурі 45<sup>0</sup>С. Внаслідок витікання газу із посудини просочилось 10<sup>21</sup> молекул. На скільки понизився тиск газу в посудині?

**24.** Скільки молекул газу знаходиться в посудині об'ємом 20 л при нормальних умовах?

**25.** Скільки зіткнень за секунду в середньому зазнає молекула водню, що знаходиться в нормальних умовах?

**26.** Посудина об'ємом 10 л містить водень масою 20 г. Визначити середнє число зіткнень молекул за секунду, якщо температура газу 300 К.

**27.** У посудині об'ємом 1 л знаходиться 8 г кисню. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул.

**28.** Визначити середню довжину вільного пробігу молекул азоту, якщо густина розрідженого газу 0,9·10<sup>-6</sup> кг/м<sup>3</sup>.

**29.** При якому тиску середню довжину вільного пробігу молекул кисню рівна 1,25 м, якщо температура газу 47<sup>0</sup>С?

**30.** Обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря при тиску 10<sup>2</sup> кПа і температурі 10<sup>0</sup>С.

**31.** При якому процесі вигідніше проводити розширення вуглекислого газу – адіабатичному чи ізотермічному, якщо об'єм збільшується в 2 рази? Початкова температура в обох випадках однакова.

**32.** Знайти роботу і зміну внутрішньої енергії при адіабатичному розширенні 0,5 кг повітря, якщо його об'єм збільшився в 5 разів. Початкова температура 17<sup>0</sup>С.

**33.** Визначити кількість теплоти, надану 14 г азоту, якщо він був ізобарично нагрітий від 37 до 187<sup>0</sup>С. Яку роботу при цьому здійснить газ і як зміниться його внутрішня енергія?

**34.** У скільки разів збільшиться об'єм 2 молів водню при ізотермічному розширенні при температурі 27<sup>0</sup>С, якщо при цьому була затрачена теплота 8 кДж?

**35.** Водень, що займає об'єм 4 л і знаходиться під тиском 10<sup>5</sup> Па, адіабатно стиснутий до об'єму 1 л. Знайти роботу стиску і зміну внутрішньої енергії водню.

**36.** Газ, що займає об'єм 10 л під тиском 0,5 МПа, ізобарно нагрівають від 323 до 473 К. Знайти роботу розширення газу.

**37.** При нагріванні 0,5 кмоль азоту було передано 1000 Дж теплоти. Знайти роботу розширення при сталому тиску.

**38.** Визначити яку кількість теплоти надати 440 г вуглекислого газу, щоб нагріти його на 10 К: а) ізохорно; б) ізобарно.

**39.** Яку кількість теплоти необхідно надати 1 моль кисню, щоб він здійснив роботу 10 Дж: а) при ізотермічному процесі; б) при ізобарному.

**40.** Азот масою 1 кг при температурі 300 К стискають: а) ізотермічно; б) адіабатно, збільшуючи тиск в 10 разів. Визначити роботу затрачену на тиск в обох випадках.

**41.** Яка частина теплоти, отриманої від нагрівника, віддається холодильнику при прямому циклі Карно, якщо температура 500 К, температура холодильника 175 К?

**42.** Знайти ККД циклу, що складається з двох ізобар і двох адіабат, якщо температури характерних точок рівні:  $T_1 = 370\text{К}$ ,  $T_2 = 600\text{К}$ ,  $T_3 = 500\text{К}$ ,  $T_4 = 350\text{К}$ . Розв'язок пояснити діаграмою  $p-V$ .

**43.** За рахунок 1 кДж теплоти, отриманого від нагрівника, машина що працює за циклом Карно здійснює роботу 0,5 кДж. Температура нагрівника 500 К. Визначити температуру холодильника.

**44.** При прямому циклі Карно теплова машина виконує роботу 200 Дж. Температура нагрівника 375 К, холодильника 300 К. Знайти кількість теплоти, що отримує машина від нагрівника.

**45.** Визначити, на скільки відсотків зміниться ККД прямого циклу Карно, якщо температура нагрівника 894 К, а температура холодильника зменшилась від 494 до 394 К.

**46.** Здійснюючи прямий цикл Карно, газ віддав холодильнику 25 % теплоти, отриманої від нагрівника. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівника 500 К.

**47.** Теплова машина працює за циклом Карно, ККД якого 0,2. Яким буде ККД цієї машини, якщо вона здійснить цей же цикл в зворотному напрямі?

**48.** Холодильна машина працює по оберненому циклу Карно, ККД якого 300 %. Яким буде ККД теплової машини, що здійснює прямий цикл Карно?

**49.** Визначити роботу ідеальної теплової машини за один цикл, якщо вона протягом циклу отримує від нагрівника 2095 Дж теплоти. Температура 500 К, холодильника 300 К.

**50.** Температура нагрівника теплової машини, що працює за циклом Карно 480 К, температура холодильника 390 К. Яка повинна бути температура нагрівника при незмінній температурі холодильника, щоб ККД машини збільшився в два рази?

### РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

Електростатика – це розділ фізики, який вивчає взаємодію заряджених тіл або частинок. Електричний заряд – це фізична величина, яка характеризує властивості тіл вступати за неповних умов в електромагнітні взаємодії.

Електризація – це процес передавання (перенесення) на тіло електричного заряду. Одиниця електричного заряду в СІ – Кулон ([q] – Кл).

Навколо будь-якого рухомого заряду, чи то електрон, іон, чи заряджене тіло, існує електричне поле і магнітне поле.

Магнітне поле – це особлива форма матеріальної взаємодії. Воно виникає: 1) між рухомими зарядженими частинками, 2) між провідниками зі струмом, 3) між струмом і рухомим зарядом. Магнітне поле – одна з форм електромагнітного поля. Завжди, коли існує змінне електричне поле, виникає й магнітне поле. Магнітне поле, характеристики якого не змінюються з часом, називається стаціонарним. Силовою характеристикою магнітного поля є вектор індукції магнітного поля  $\vec{B}$ . За напрям вектора магнітної індукції в місці розташування вільної маленької рамки зі струмом беруть напрям перпендикуляра до рамки. Останній визначають напрямом руху свердлика (правого гвинта), який потрібно обертати в напрямі струму в рамці.

Формула	Назва формули	Позначення
$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$	Закон Кулона	$F$ – сила взаємодії між двома точковими зарядами $q_1$ і $q_2$ ; $r$ – відстань між зарядами; $\epsilon$ – відносна діелектрична проникність середовища; $\epsilon_0$ – електрична стала ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$ )
$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$	Напруженість електричного поля точкового заряду	$F$ – сила, що діє на точковий заряд $q$ з боку електричного поля $\vec{E}$ – результуюча напруженість електричного поля; $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ – напруженості електричних полів, що створюються точковими зарядами $q_1, q_2, \dots, q_n$
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$	Принцип суперпозиції електричних полів	
$\sigma = \frac{q}{S}$	Поверхнева густина заряду	$q$ – електричний заряд, що охоплюється площею поверхні $S$

Формула	Назва формули	Позначення
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля зарядженої нескінченної площини	
$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля двох паралельних заряджених площин	
$E = 0, \quad r < R$ $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}, \quad r > R$	Напруженість електричного поля зарядженої сфери	$R$ – радіус сфери; $r$ – відстань від точки до центра сфери
$\Phi_E = E \cdot S \cos \alpha$	Потік вектора напруженості електричного поля	$S$ – площа поверхні, що знаходиться в електричному полі; $\alpha$ – кут між нормаллю до поверхні та напрямком вектора $E$
$\varphi = \frac{W}{q}, \quad \varphi = \frac{A_\infty}{q}$	Потенціал електростатичного поля	$W$ – потенціальна енергія заряду $q$ в полі; $A_\infty$ – робота переміщення заряду силами поля з даної точки в нескінченність
$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$	Потенціал поля точкового заряду	$r$ – відстань від заряду до точки
$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$	Робота електричного поля по переміщенню заряду з точки з потенціалом $\varphi_1$ в точку з потенціалом $\varphi_2$	$U$ – напруга
$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$	Потенціал електричного поля, створеного системою $n$ точкових зарядів	
$E = -\frac{d\varphi}{dl}; E = -grad\varphi$	Зв'язок потенціалу з напруженістю поля	$grad\varphi$ – градієнт потенціалу
$C = \frac{q}{\varphi}$	Електроємність ізольованого провідника	$q$ – заряд провідника; $\varphi$ – потенціал провідника
$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$	Електроємністю системи із двох провідників	$q$ – заряд $q$ одного із провідників; $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між провідниками
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	Електроємність плоского конденсатора	$S$ – площа пластин конденсатора; $d$ – відстань між пластинами конденсатора
$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$	Електроємність батареї конденсаторів, з'єднаних паралельно	
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$	Електроємність батареї конденсаторів, з'єднаних послідовно	

Формула	Назва формули	Позначення
$W = \frac{c\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Енергія зарядженого провідника	$C$ – електроємність; $q$ – заряд провідника; $\varphi$ – потенціал провідника
$W = \frac{cU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{U^2}{2C}$	Енергія зарядженого конденсатора	$U$ – напруга між пластинами конденсатора
$I = \frac{dq}{dt}$	Миттєве значення сили струму	$dq$ – заряд, що протікає через поперечний переріз провідника за час $dt$
$I = \frac{q}{t}$	Сила постійного струму	
$j = \frac{I}{S}$	Густина електричного струму	$S$ – площа, перпендикулярна напрямку руху зарядів
$I = \frac{U}{R}$	Закон Ома для ділянки кола	$R$ – зовнішній опір
$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$	Закон Ома для замкненого (повного) кола	$\varepsilon$ – е.р.с. джерела струму; $R$ – опір зовнішньої ділянки кола; $r$ – внутрішній опір
$R = \frac{\rho l}{S}$	Опір однорідного провідника	$\rho$ – питомий опір; $l$ ; $S$ – довжина і поперечний переріз провідника
$\rho = \rho_0(1 + \alpha t^0)$	Залежність питомого опору від температури	$\rho$ і $\rho_0$ – питомий опір провідника відповідно при $t^0$ і $0^0 C$ ; $\alpha$ – температурний коефіцієнт опору
$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$	Робота постійного струму	$I$ – сила струму; $U$ – напруга; $R$ – опір кола
$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$	Потужність постійного струму	
$Q = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$	Закон Джоуля–Ленца	$Q$ – кількість теплоти, що виділилася за час $t$
$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$	Сила взаємодії двох паралельних провідників із струмами	$\mu_0$ – магнітна стала ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ ); $\mu$ – магнітна проникність середовища; $d$ – відстань між провідниками зі струмом; $I_1, I_2$ – сили струму у провідниках; $l$ – довжина ділянки провідників
$F = IBl \sin \alpha$	Закон Ампера	$I$ – сила струму, що протікає по провіднику; $B$ – індукція магнітного поля; $l$ – довжина провідника; $\alpha$ – кут, між

Формула	Назва формули	Позначення
$F = qvB \sin \alpha$	Сила Лоренца	напрямок вектора індукції магнітного поля та напрямком струму  $q$ – електричний заряд; $\mathcal{G}$ – швидкість руху заряду; $\alpha$ – кут між напрямком вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ та швидкості $\vec{v}$
$dB = \frac{\mu_0 \mu I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$	Закон Біо–Савара–Лапласа	$dB$ – магнітна індукція, яку створює елемент струму $Idl$ ; $r$ – відстань від елемента струму до точки спостереження; $\alpha$ – кут між $r$ і $Idl$
$B = \mu\mu_0 H$	Зв'язок індукції магнітного поля з напруженістю поля	
$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$	Індукція магнітного поля на осі кругового струму	$a$ – відстань від площини витка до точки спостереження; $R$ – радіус витка
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$	Індукція магнітного поля в центрі кругового струму	$R$ – радіус витка
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}$	Індукція магнітного поля нескінченно довгого прямолінійного провідника зі струмом	$a$ – відстань від провідника до точки спостереження
$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$	Індукція магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом кінцевої довжини	$\alpha_1$ і $\alpha_2$ – кути, утворені прямими, проведеними з даної точки до кінців провідника $n$ – число витків на одиницю довжини
$B = \mu\mu_0 In$	Індукція магнітного поля усередині нескінченно довгого соленоїда (тороїда)	соленоїда, $n = \frac{N}{l}$
$B = \frac{\mu_0 \mu In}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$	Індукція магнітного поля усередині соленоїда кінцевої довжини	$\alpha_1$ і $\alpha_2$ – кути між віссю соленоїда і радіус–вектором, проведеним із точки спостереження до кінців соленоїда
$p_m = IS$	Магнітний момент контуру зі струмом	$S$ – площа контуру
$M = Bp_m \sin \alpha$	Механічний момент, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі	$\alpha$ – кут між вектором $\vec{B}$ і нормаллю до площини контуру
$\Phi = BS \cos \alpha$	Магнітний потік	$S$ – площа контуру; $\alpha$ – кут

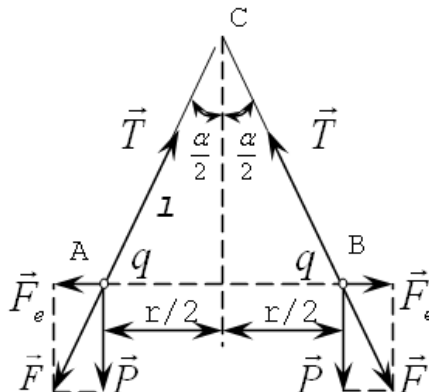


Формула	Назва формули	Позначення
	однорідного магнітного поля	між $\vec{B}$ та $\vec{n}$ (нормаль до $S$ )
$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$	ЕРС індукції (закон Фарадея)	$\varepsilon_i$ – електрорушійна сила електромагнітної індукції
$\varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}$	ЕРС самоіндукції	$L$ – індуктивність контуру
$L = \mu\mu_0 n^2 l S$	Індуктивність соленоїда	$n$ – число витків на одиницю довжини соленоїда; $l$ – довжина соленоїда; $S$ – площа поперечного перерізу соленоїда
$\Phi = LI$	Зв'язок магнітного потоку із силою струму в контурі	$L$ – індуктивність контуру
$W_m = \frac{LI^2}{2}$	Енергія магнітного поля	$I$ – сила струму в контурі; $L$ – індуктивність контуру
$\omega_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0} = \frac{1}{2} BH$	Об'ємна густина енергії магнітного поля	$B$ – індукція магнітного поля; $H$ – напруженість поля
$A = I \cdot \Delta\Phi$	Робота по переміщенню контура зі струмом у магнітному полі	$\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку

### Приклади розв'язання задач з електрики і магнетизму

**Приклад 1.** Дві маленькі кульки вагою  $5 \cdot 10^{-5}$  Н кожна висять на шовкових нитках довжиною 6 см, закріплених в одній точці. Коли кулькам надали однакові за величиною і за знаком електричні заряди  $q$ , нитки відхилились на кут  $60^\circ$ . Визначити величину заряду.

**Розв'язання.**



Кулька А перебуває у рівновазі, якщо рівнодійна  $\vec{F}$ , її ваги  $\vec{P}$  і електричної сили  $\vec{F}_e$ , що діє на неї з боку кульки В, врівноважується реакцією  $\vec{T}$  нитки (рис.). Отже, сила  $\vec{F}$  повинна бути напрямлена вздовж нитки, а для цього треба, як це видно з рис., щоб

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F_e}{P}.$$

Заряди кульок можна вважати точковими. За законом Кулона для взаємодії точкових електричних зарядів

$$F_e = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad (2)$$

де  $r = 2l \sin \frac{\alpha}{2}$ . Розв'язуючи сумісно (1) і (2), дістанемо:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot 4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot P},$$

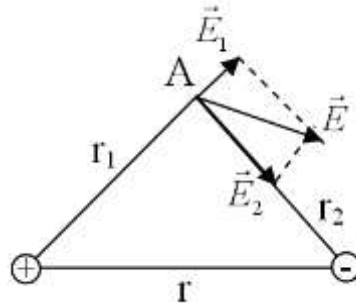
звідки 
$$q = 4l \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot P \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$$

$$q = 4l \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot P \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = 4 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot \sqrt{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,577} = 3,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

**Відповідь:**  $q = 3,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ .

**Приклад 2.** Два точкові заряди 6,7 і  $-13,3$  нКл знаходяться на відстані 5 см один від одного. Знайти напруженість електричного поля в точці, розміщеній на відстані 3 см від позитивного заряду і 4 см від негативного.

**Розв'язання.** За принципом суперпозиції напруженість поля в точці А:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

де  $\vec{E}_1$  – напруженість поля в точці А, створеного зарядом  $q_1$ ;  $\vec{E}_2$  – напруженість поля в точці А, створеного зарядом  $q_2$ .

З умови задачі випливає, що кут між векторами  $\vec{E}_1$  і  $\vec{E}_2$  прямий, тоді напруженість поля знаходимо за теоремою Піфагора:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2},$$

або

$$E = \sqrt{\frac{q_1^2}{(4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2)^2} + \frac{q_2^2}{(4\pi\epsilon_0\epsilon r_2^2)^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}}.$$

Підставивши данні, отримаємо:

$$E = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{(6,7 \cdot 10^{-9})^2}{(3 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{(13,3 \cdot 10^{-9})^2}{(4 \cdot 10^{-2})^4}} = 101 \text{ кВ/м.}$$

**Відповідь:**  $E = 101 \text{ кВ/м.}$

**Приклад 3.** Обкладки плоского конденсатора ізолювані одна від одної пластиною з діелектрика. Конденсатор заряджено до різниці потенціалів у 1000 В. Яка діелектрична проникність матеріалу пластини, якщо при її видаленні різниця потенціалів між обкладками конденсатора зростає до 3000 В?

**Розв'язання.** Різниця потенціалів  $\Delta\varphi$  між обкладками конденсатора дорівнює

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C}.$$

При рівності заряду обкладок в обох випадках

$$\Delta\varphi_1 C_1 = \Delta\varphi_2 C_2 \quad \text{або} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1}.$$

З формули для ємності плоского конденсатора випливає, що

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2},$$

де  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$  відносні діелектричні проникності матеріалу пластини і повітря.

Отже,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1}.$$

Обчислення проводимо в одиницях СІ:

$$\varepsilon_1 = 1 \cdot \frac{3000}{1000} = 3.$$

**Відповідь:**  $\varepsilon_1 = 3.$

**Приклад 4.** Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів 88 кВ, влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до його силових ліній індукції. Індукція магнітного поля рівна 0,01 Тл. Визначити радіус траєкторії електрона.

**Розв'язування.** В магнітному полі з індукцією  $B$  на електрон, що рухається зі швидкістю  $v$  перпендикулярно до  $B$  діє сила Лоренца

$$F = evB. \quad (1)$$

Вона надає електрону доцентрового прискорення при його русі по колу

$$evB = m \frac{v^2}{r}, \quad (2)$$

де  $m$  – маса електрона,  $e$  – його заряд,  $r$  – радіус траєкторії електрона.

Пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U$ , електрон матиме кінетичну енергію  $\frac{mv^2}{2}$ , яка рівна роботі  $A$  сил електричного поля

$$\frac{mv^2}{2} = eU. \quad (3)$$

З рівності (3) знаходимо швидкість електрона

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (4)$$

З рівностей (2) і (4) знаходимо радіус траєкторії:

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}}. \quad (5)$$

$$r = \frac{1}{10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 88 \cdot 10^3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,1 \text{ м.}$$

**Відповідь:**  $r=0,1$  м.

**Приклад 5.** По трьох довгих прямих провідниках, які розміщені в одній площині, паралельно один одному на відстані 3 см один від одного протікають струми силою  $I_1 = I_2$  і  $I_3 = I_1 + I_2$ . Визначити положення прямої, в кожній точці якої індукція магнітного поля, створюваного струмами, дорівнює нулю.

**Розв'язування.** Нехай струми  $I_1$ ,  $I_2$  і  $I_3$  протікають в площині, яка перпендикулярна малюнку, в напрямі від нас (напрями струмів вказані на малюнку хрестиками). Вектори індукції магнітних полів, які створюються в точках, направлені за правилом буравчика по дотичній влюбій точці лінії індукції (позначені на малюнку пунктирними колами).

Очевидно, що шукана пряма, на якій вектор індукції магнітного поля дорівнює нулю, розташована між точками  $I_2$  та  $I_3$  на якійсь відстані  $x$  від струму  $I_2$ . Дійсно, вектори індукції  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  полів, які створені в точці  $O$  струмами  $I_1$  та  $I_2$ , направлені вниз, а вектор індукції  $\vec{B}_3$  поля, яке створене в цій точці струмом  $I_3$ , направлений до верху. Згідно принципу суперпозиції магнітних полів

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0,$$

або в скалярній формі відносно осі  $Y$

$$B_1 + B_2 - B_3 = 0. \quad (1)$$

Індукція магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником зі струмом визначається

$$B = \mu\mu_0 I / 2\pi r.$$

Тоді

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)}; B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi x}; B_3 = \frac{\mu\mu_0 (I_1 + I_2)}{2\pi(r-x)}. \quad (2)$$

Підставивши вираз (2) в (1), отримаємо

$$\frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)} + \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi x} - \frac{\mu\mu_0 (I_1 + I_2)}{2\pi(r-x)} = 0,$$

або після перетворень  $4x^2 + rx - r^2 = 0$ , звідки

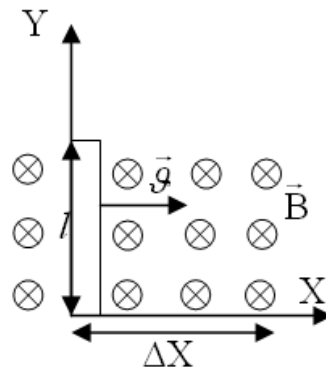
$$x = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 16r^2}}{8} = \frac{-3 \cdot 10^{-2} \pm 12,4 \cdot 10^{-2}}{8} \text{ (м)}.$$

Отже,  $x \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$  м. Другий корінь квадратного рівняння відкидаємо, так як він відповідає точці, яка розташована між точками  $I_1$  та  $I_2$ , що неможливо.

**Відповідь:**  $x \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$  м.

**Приклад 6.** В однорідному магнітному полі, індукція якого 0,1 Тл, рухається провідник довжиною 10 см. Швидкість руху провідника 15 м/с і направлена перпендикулярно до магнітного поля. Чому дорівнює індуктована у провіднику е.р.с?

**Розв'язування.** Згідно закону Фарадея е.р.с. індукції в провіднику, що рухається з деякою швидкістю  $\vec{v}$  в магнітному полі  $\vec{B}$ , дорівнює



$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad (1)$$

де

$$\Delta\Phi = B\Delta S, \quad (2)$$

магнітний потік, що виникає при русі провідника в магнітному полі за час  $\Delta t$ . З рис. бачимо, що площу  $\Delta S$ , можна знайти як площу прямокутника:

$$\Delta S = l \cdot \Delta x. \quad (3)$$

Тоді (2) запишемо у вигляді

$$\Delta\Phi = Bl\Delta x. \quad (4)$$

Згідно формули (1)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\hat{\Phi}}{\Delta t} = -\frac{Bl\Delta x}{\Delta t} = -Blv. \quad (5)$$

Підставляємо чисельні значення у формулу (5) згідно умови задачі:

$$\varepsilon = -0,1 \cdot 0,1 \cdot 15 = -0,15 \text{ В}.$$

**Відповідь:**  $\varepsilon = -0,15$  В.

### **Завдання для самостійного розв'язання**

**1.** Два заряди перебуваючи на відстані 5 см, взаємодіють з силою 120 мкН. Ті ж заряди в рідині на відстані 10 см взаємодіють з силою 15 мкН. Визначте діелектричну проникність рідини.

**2.** Знайти відстань між двома однаковими електричними зарядами, розміщеними в маслі з діелектричною проникністю 4, якщо сила взаємодії між ними така ж, як і у вакуумі на відстані 40 см.

**3.** Два точкові заряди, знаходячись в повітрі, на відстані 20 см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані потрібно розмістити ці заряди в маслі, щоб отримати ту ж силу взаємодії?

**4.** Два позитивних точкових заряди  $q$  і  $4q$  закріплені на відстані 60 см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, яка проходить через заряди, слід розмістити третій заряд  $q_1$ , так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою.

**5.** У центрі квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по  $2,33 \cdot 10^{-9}$  Кл, поміщений негативний заряд. Знайти величину цього заряду, якщо результуюча сила, діюча на кожний заряд, рівна нулю.

**6.** Якщо в центр квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по  $+1$  нКл, помістити від'ємний заряд, то результуюча сила, яка діє на кожний заряд, буде рівна нулю. Обчислити числове значення від'ємного заряду.

**7.** Знайти напруженість електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами  $8 \cdot 10^{-9}$  Кл і  $-6 \cdot 10^{-9}$  Кл. Відстань між зарядами рівна 10 см;  $\varepsilon = 1$ .

**8.** Відстань між двома точковими зарядами  $+8$  нКл і  $-5,3$  нКл рівна 40 см. Обчислити напруженість поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Чому рівна напруженість, якщо другий заряд буде позитивним?

**9.** Електричне поле створене двома точковими зарядами 10 нКл і  $-20$  нКл, що знаходяться на відстані 20 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, яка віддалена від першого заряду на 30 см і від другого на 50 см.

**10.** Заряди по 2 нКл розміщені у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 20 см. Рівнодійна сил, діючих на четвертий заряд, що розміщений на середині однієї із сторін трикутника, рівна 0,6 мкН. Визначити цей заряд, напруженість і потенціал поля в точці його розміщення.

**11.** На відстані 16 м один від одного в повітрі знаходяться два заряди по 4 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в точці, яка знаходиться на відстані 10 см від обох зарядів.

12. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені заряди по 1 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в центрі квадрату, якщо один із зарядів відрізняється знаком від інших.

13. Відстань між двома точковими зарядами  $7,5 \cdot 10^{-9}$  Кл і  $-14,67 \cdot 10^{-9}$  Кл рівна 5 см. Знайти напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 3 см від позитивного заряду і 4 см від негативного заряду.

13. Два однакових позитивних заряди  $10^{-7}$  Кл розміщені в повітрі на відстані 8 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, що лежить на середині відрізка, який сполучає заряди, і в точці, розміщеній на відстані 5 см від зарядів.

14. У вертикально направленому електричному полі помістили порошок масою  $10^{-9}$  г із зарядом  $2 \cdot 10^{-12}$  Кл. Яка напруженість поля, якщо силу тяжіння, що діє на порошок, зрівноважує сила з боку електричного поля.

15. Яку прискорюючу різницю потенціалів пролетів електрон, якщо він отримав швидкість  $4 \cdot 10^6$  м/с?

16. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені рівні однойменні заряди. Потенціал створеного ними поля в центрі квадрату рівний 50 В. Визначити величину заряду.

17. В електричному полі потенціали точок А і В рівні  $\varphi_A = 0,3$  кВ і  $\varphi_B = 1,2$  кВ. Яку роботу необхідно здійснити для того, щоб додатній заряд 30 нКл перемістити з точки А в точку В?

18. Кулька масою 40 мг, заряджена позитивним зарядом 1 нКл, рухається з швидкістю 10 см/с. На яку відстань може наблизитися кулька до позитивного точкового заряду 1,33 нКл?

19. На яку відстань можуть наблизитися два електрони, якщо вони рухаються назустріч один одному з відносною швидкістю, рівною 108 см/с?

20. Дві кульки з зарядами 6,67 нКл і 13,33 нКл знаходяться на відстані 40 см. Яку роботу слід виконати, щоб наблизити їх до відстані 25 см?

21. Яку роботу здійснюють сили поля, якщо однойменні заряди 3 і 5 нКл, які знаходились на відстані 5 см, розійшлись на відстань 10 см?

22. Яку роботу потрібно здійснити, щоб заряди 5 і 2 нКл, які знаходились на відстані 1 м, зблизити до 0,1 м?

23. Пилінка масою  $4 \cdot 10^{-15}$  кг знаходиться в рівновазі між горизонтально розміщеними обкладками плоского конденсатора. Різниця потенціалів між обкладками 245 В, а відстань між ними 1 см. Визначити, в скільки разів заряд пилінки більший за елементарний заряд.

24. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться у рівновазі при напруженості електричного поля  $E = 600$  В/см. Заряд краплі рівний  $8 \cdot 10^{-19}$  Кл. Знайти радіус краплі.

25. Сила взаємодії між двома паралельними нескінченно довгими провідниками, по яких проходять струми силою 1 А, рівна 0,1 на 1 м їх довжини. Яка відстань між провідниками?

**26.** Прямолинійний провідник довжиною 10 см, по якому тече струм 10 А, перебуває в магнітному полі з індукцією  $B=1$  Тл перпендикулярно до ліній індукції. Яка сила діє на провідник?

**27.** Прямолинійний провідник зі струмом поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією  $B=0,2$  Тл. Визначте силу, яка діє на провідник, якщо довжина провідника  $l=10$  см, сила струму  $I=3$  А, а напрям струму складає з напрямом поля кут  $\alpha=30^\circ$ .

**28.** Прямий провідник, яким протікає струм силою 1000 А, розміщений між полюсами електромагніту перпендикулярно до силових ліній. З якою силою діє поле на одиницю довжини провідника? Індукція магнітного поля рівна 1 Тл.

**29.** Прямий провідник довжиною 10 см, яким тече струм 20 А, перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією 0,01 Тл. Який кут між напрямком поля і напрямком струму, якщо на провідник діє сила  $10^{-2}$  Н?

**30.** Провідник масою 1 г і довжиною 7,8 см знаходиться в рівновазі в горизонтальному магнітному полі напруженістю  $10^5$  А/м. Визначити силу струму в провіднику, якщо він перпендикулярний до ліній індукції поля і знаходиться у вільному стані.

**31.** Однорідне магнітне поле напруженістю 225 А/м діє на вміщений в нього провідник довжиною 50 см з силою  $10^{-4}$  Н. Яка сила струму в провіднику, якщо кут між напрямком струму та вектором індукції магнітного поля  $45^\circ$ ?

**32.** Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі напруженістю  $10^5$  А/м. Обчислити період обертання електрона.

**33.** Двічі іонізований атом гелію ( $\alpha$ -частинка) рухається в однорідному магнітному полі  $H=10^5$  А/м по колу радіусом 10 см. Знайти швидкість  $\alpha$ -частинки.

**34.** Визначити силу Лоренца, що діє на електрон, який влетів в магнітне поле під кутом  $30^\circ$ . Індукція поля рівна 0,2 Тл, швидкість електрона  $4 \cdot 10^6$  м/с.

**35.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,02 Тл по колу радіусом 1 см. Визначити кінетичну енергію електрона в джоулях і електрон-вольтах.

**36.** Електрон, енергія якого 300 еВ, рухається перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля напруженістю 465 А/м. Визначити силу Лоренца, швидкість і радіус траєкторії електрона.

**37.** Момент імпульсу протона в однорідному магнітному полі напруженістю 20 кА/м рівний  $6,6 \cdot 10^{-23}$  кг·м<sup>2</sup>/с. Визначити кінетичну енергію протона, якщо він рухається перпендикулярно до ліній індукції поля.

**38.** Протон рухається в магнітному полі напруженістю  $10^5$  А/м по колу радіусом 2 см. Визначити кінетичну енергію протона.

**39.** Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів 600 В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією 0,3 Тл і почав рухатись по колу. Обчислити радіус траєкторії протона.

**40.** Заряджена частинка зі швидкістю  $2 \cdot 10^6$  м/с влетіла в однорідне магнітне поле ( $B=0,52$  Тл). Знайти відношення заряду частинки до її маси, якщо частинка описала дугу радіусом 4 см.



**41.** Електрон і протон, при скорені однаковою різницею потенціалів, потрапляють в однорідне магнітне поле. Порівняти радіуси кривизни траєкторій протона  $R_1$  та електрона  $R_2$ . Маса протона в 1840 разів більша маси електрона.

**42.** На відстані 3 мм паралельно до прямолінійного довгого провідника рухається електрон з кінетичною енергією 500 еВ. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пропустити струм 10 А?

**43.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл перпендикулярно до силових ліній. Визначити силу, яка діє на електрон з боку поля, якщо радіус кривизни траєкторії 0,5 м.

**44.** Визначити радіус дуги кола, якою рухається протон в магнітному полі з індукцією  $1,5 \cdot 10^{-2}$  Тл. Швидкість протона  $2 \cdot 10^6$  м/с.

**45.** Частинка, що несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією 0,5 Тл. Визначити момент імпульсу частинки в магнітному полі, якщо її траєкторія є дугою з радіусом 0,2 м.

**46.** Заряджена частинка, рухаючись в магнітному полі по дузі радіусом 2 см, пройшла через свинцеву пластинку. Внаслідок втрати енергії частинкою, радіус траєкторії частинки став 1 см. Визначити відносну зміну енергії частинки.

**47.** По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках, відстань між якими 50 см, в одному напрямку течуть струми 5 і 10 А. Визначити відстань від провідника з меншим струмом до геометричного місця точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю.

**48.** Розв'язати попередню задачу для випадку, якщо струми течуть в протилежних напрямках.

**49.** По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках течуть струми 5 і 10 А в одному напрямку. Геометричне місце точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю, знаходиться на відстані 10 см від провідника з меншим струмом. Визначити відстань між провідниками.

**50.** Струм у 20 А йде по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти індукцію магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і віддалена від вершини кута на відстань 10 см.

## РОЗДІЛ 4. ОПТИКА

Оптикою називається розділ фізики, в якому вивчаються явища і закономірності, що пов'язані з утворенням, поширенням і взаємодією з речовиною світлових електромагнітних хвиль. Під світлом розуміють електромагнітні хвилі таких довжин, які сприймаються оком людини. Ці хвилі мають довжину від  $3,8 \cdot 10^{-7}$  до  $7,6 \cdot 10^{-7}$  м. Такий діапазон хвиль називають видимим діапазоном. Хвилі з довжиною меншою за  $3,8 \cdot 10^{-7}$  м називають ультрафіолетовими, більшою за  $7,6 \cdot 10^{-7}$  м – інфрачервоними.

Оптику поділяють на геометричну та фізичну.

В основі геометричної оптики лежать уявлення про прямолінійність поширення світла в однорідному середовищі. Напрямок поширення світлових пучків задається за допомогою абстрактної моделі – світлового променя.

Фізична оптика поділяється на хвильову та квантову. У хвильовій оптиці розглядаються явища, в яких проявляється хвильова природа світла (інтерференція, дифракція). Основним поняттям хвильової оптики є поняття електромагнітної хвилі. У квантовій оптиці розглядаються явища, в яких вивчається квантова природа світла (квант – порція енергії). Основним поняттям квантової оптики є поняття фотона. Фотон – це окрема назва світлового кванта електромагнітного поля, тому що він під час випромінювання, поширення в просторі, а також в момент взаємодії з речовиною поводить себе так, як класична елементарна частинка. Фотон не має маси спокою й може існувати тільки в русі зі швидкістю світла.

Формула	Назва формули	Позначення
$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$	Абсолютний показник заломлення середовища	$c$ – швидкість світла у вакуумі; $v$ – фазова швидкість електромагнітної хвилі у середовищі; $\epsilon$ і $\mu$ – діелектрична та магнітна проникності речовини
$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$	Відносний показник заломлення двох середовищ – (показник заломлення другого середовища відносно першого)	$n_2$ та $n_1$ – абсолютні показники заломлення другого та першого середовища
$\sin \alpha_{cp} = n_{21}$	Граничний кут повного внутрішнього відбиття (кут, при якому заломлений промінь ковзає по границі двох середовищ)	$n_{21}$ – відносний показник заломлення двох середовищ
$L = nl$	Оптична довжина шляху світлової хвилі	де $l$ – геометрична довжина шляху світлової хвилі у середовищі з

Формула	Назва формули	Позначення
$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l_2 - n_1 l_1$	Оптична різниця ходу двох світлових хвиль	показником заломлення $n$ $n_2$ та $n_1$ – абсолютні показники заломлення середовищ, в яких поширюються хвилі
$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$	Зв'язок різниці фаз із оптичною різницею ходу світлових хвиль	$\lambda$ – довжина світлової хвилі
$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21}$	Закон Снелліуса для заломлення світла	$n_{21}$ – відносний показник заломлення
$\Delta = \pm k\lambda, (k = 1, 2, \dots)$	Умова спостереження інтерференційних максимумів	$k$ – порядок інтерференції
$\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}, (k = 1, 2, \dots)$	Умова спостереження інтерференційних мінімумів	
$\Delta X = \frac{L}{d}\lambda$	Ширина інтерференційної смуги у дослідах Юнга	де $L$ – відстань від щілини до екрану, на якому спостерігається інтерференція; $d$ – відстань між щілинами
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda}{2}$ або $\Delta = 2dn \cos \gamma \pm \frac{\lambda}{2}$	Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбиванні монохроматичного світла від тонкої плівки (береться знак „+” при відбитті від менш оптично густого середовища, а знак „-” – при відбитті від більш оптично густого середовища)	де $d$ – товщина плівки; $n$ – показник заломлення плівки; $\alpha$ – кут падіння; $\gamma$ – кут заломлення світла в плівці
$r_k = \sqrt{(2k - 1)R}\frac{\lambda}{2}, (k = 1, 2, \dots)$	Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі та темних кілець у прохідному світлі	де $k$ – номер кільця; $R$ – радіус кривизни лінзи
$r_k = \sqrt{kR\lambda}, (k = 1, 2, \dots)$	Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі та світлих кілець у прохідному світлі	де $k$ – номер кільця; $R$ – радіус кривизни лінзи
$b \sin \varphi = \pm k\lambda, (k = 1, 2, \dots)$	Умова спостереження дифракційних мінімумів при дифракції на одній щілині	$k$ – номер мінімуму; $\varphi$ – кут дифракції; $b$ – ширина щілини
$b \sin \varphi = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, (k = 0, 1, 2, \dots)$	Умова спостереження дифракційних максимумів при дифракції на одній щілині	$k$ – номер максимуму; $\varphi$ – кут дифракції; $b$ – ширина щілини
$d \sin \varphi = \pm k\lambda, (k = 0, 1, 2, \dots)$	Умова спостереження головних дифракційних	де $d$ – період дифракційної решітки; $k$

Формула	Назва формули	Позначення
	мінімумів при дифракції на решітці	– порядок максимуму
$b \sin \varphi = \pm k \lambda, (k = 1, 2, \dots)$	Молярна теплоємність при постійному тиску	де $b$ – ширина прозорої щілини; $k$ – порядок (номер) мінімумів $\Delta \lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, при якій ці лінії у спектрі можуть спостерігатися роздільно;
$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = kN$	Роздільна здатність дифракційної решітки	$\lambda$ – довжина хвилі, поблизу якої проводяться вимірювання; $N$ – загальна кількість щілин решітки
$I_p = I_A \cos^2 \varphi$	Закон Малюса	$I_p$ – інтенсивність світла, що пройшло через поляризатор, $I_A$ – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор, $\varphi$ – кут між площинами головних перерізів поляризатора $P$ та аналізатора $A$
$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$	Закон Брюстера	$i_B$ – кут падіння, за якого промінь, котрий відбився від діелектрика, є повністю поляризованим; $n_{21}$ – відносний показник заломлення
$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$	Формула тонкої лінзи	$d$ – відстань від предмета до лінзи, $f$ – відстань від лінзи до зображення, $F$ – фокусна відстань
$D = \frac{1}{F}$	Оптична сила лінзи	$F$ – фокусна відстань
$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$	Лінійне збільшення лінзи	$H$ – висота зображення, $h$ – висота предмета, $d$ – відстань від предмета до лінзи, $f$ – відстань від лінзи до зображення
$I = \frac{\Phi}{\Omega}$	Сила світла	$\Phi$ – світловий потік; $\Omega$ – тілесний кут
$E = \frac{\Phi}{S}$	Освітленість поверхні	$\Phi$ – світловий потік; $S$ – площа поверхні, яка освітлюється
$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$	Освітленість поверхні точковим джерелом світла	$I$ – сила світла; $r$ – відстань від джерела

Формула	Назва формули	Позначення
$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{m\nu^2}{2}$	Рівняння Ейнштейна для фотоефекту	світла до місця падіння променя; $\alpha$ – кут падіння променя $\nu$ – частота світла; $h$ – стала Планка; $m$ – маса електрона; $\nu$ – швидкість електрона; $A$ – робота виходу

### Приклади розв'язання задач з оптики

**Приклад 1.** Яка товщина мильної плівки, якщо при спостереганні її у відбитому світлі вона має зелене забарвлення ( $\lambda = 0,5 \text{ мк}$ ) при куті падіння  $\alpha = 35^\circ$ ? Показник заломлення мильної води  $n = 1,33$ . Яке забарвлення буде мати ця плівка, якщо спостерігати її у прохідному світлі при попередньому куті падіння?

**Розв'язання.** Застосовуємо формулу для інтерференції у інтерференції у відбитому світлі для плоско-паралельної плівки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}$$

або

$$k\lambda = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}.$$

Взявши  $k=1$ , визначимо товщину плівки:

$$d = \frac{\lambda + \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Це найменша товщина плівки, яка при куті падіння світла  $35^\circ$  здається забарвленою у зелений колір. При  $k=2$  знайдемо нову товщину плівки (більшу ніж у першому випадку), при якій плівка також забарвлена у зелений колір при куті падіння  $35^\circ$ .

Після підставлення числових значень знайдемо

$$d = \frac{3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{4\sqrt{1,33^2 - 0,57^2}} \text{ м} = 0,312 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Якщо  $k=2$ , то  $d_1 = 0,520 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

Для визначення забарвлення плівки у прохідному світлі обчислимо довжину хвилі світла за формулою:

$$\lambda_1 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Отже

$$\lambda_1 = 3 \cdot 0,312 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2 = 0,76 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Таку довжину мають хвилі червоних променів світла.

**Відповідь:**  $d = 0,312 \cdot 10^{-6} \text{ м}$  ;  $\lambda_1 = 0,76 \cdot 10^{-6} \text{ м}$  .

### Приклад 2.

На горизонтальному дні озера лежить плоске дзеркало. Промінь світла входить у воду під кутом  $30^\circ$  і після відбивання від дзеркала знову виходить з води у повітря на відстані 2 м від місця падіння. Яка глибина озера? Показник заломлення води 1,33.

#### Розв'язання.

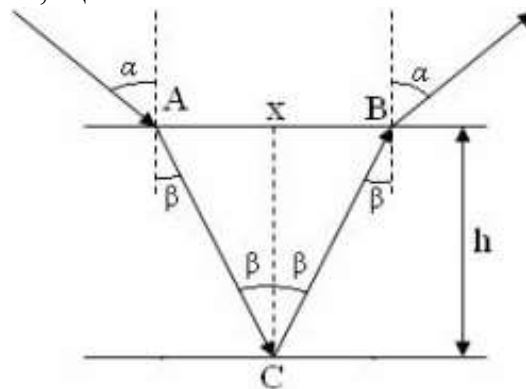
На межі розділу повітря–вода промінь світла частково відбивається, а також зазнає заломлення. Кут заломлення  $\beta$  визначимо із закону:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n, \quad (1)$$

в якому враховано, що для повітря  $n_1=1$ . Тоді кут заломлення

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right). \quad (2)$$

З рисунка бачимо, що



$$\frac{x}{2h} = \operatorname{tg} \beta, \quad (3)$$

то з (1)–(3) знаходимо:

$$h = \frac{x}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{x}{2 \cdot \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right)} = 2,46 \text{ м}.$$

**Відповідь:**  $h = 2,46 \text{ м}$ .

### Приклад 3.

Лінза дає пряме збільшене в  $\Gamma=4$  рази зображення предмета. Відстань від предмета до зображення  $l=25 \text{ см}$ . Якою є оптична сила лінзи?

#### Розв'язання.

Оскільки зображення предмета збільшене, то така лінза є збиральною. Разом з тим, збільшене зображення збиральної лінзи може бути як дійсним, так і уявним. Тому розглянемо ці два випадки.

*Випадок 1:* зображення предмета *дійсне*, *обернене* і *збільшене*. Тоді відстань від предмета до його зображення

$$l = d + f,$$

де  $d$  – відстань від лінзи до предмета,  $f$  – відстань від лінзи до зображення.

Враховуючи, що збільшення лінзи

$$\tilde{A} = \frac{f}{d},$$

знайдемо

$$f = \tilde{A} \cdot d.$$

Отже,

$$l = d + \tilde{A} \cdot d = (1 + \tilde{A}) \cdot d,$$

звідки

$$d = \frac{l}{1 + \tilde{A}}.$$

За формулою тонкої лінзи для випадку збиральної лінзи і дійсного зображення:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\tilde{A} \cdot d} = \frac{\tilde{A} + 1}{\tilde{A} \cdot d} = \frac{(\tilde{A} + 1)^2}{\tilde{A} \cdot l} = 25 \text{ діоптр.}$$

*Випадок 2:* зображення предмета уявне, пряме і збільшене. Тоді

$$l = f - d = \tilde{A} \cdot d - d = (\tilde{A} - 1) \cdot d.$$

Звідси

$$d = \frac{l}{\tilde{A} - 1}.$$

За формулою тонкої лінзи для випадку збиральної лінзи і уявного зображення:

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{\tilde{A} \cdot d} = \frac{\tilde{A} - 1}{\tilde{A} \cdot d} = \frac{(\tilde{A} - 1)^2}{\tilde{A} \cdot l} = 9 \text{ діоптр.}$$

**Відповідь:**  $D_1 = 25 \text{ діоптр.}$  ;  $D_2 = 9 \text{ діоптр.}$

#### Приклад 4.

Природний промінь світла падає на поверхню скляної пластини, що занурена в рідину. Відбитий від пластини промінь утворює кут  $\varphi = 97^\circ$  з падаючим променем. Визначити показник заломлення  $n_1$  рідини, якщо відбите світло максимально поляризоване.

#### Розв'язання.

Згідно із законом Брюстера промінь світла, відбитий від діелектрика максимально поляризований у тому випадку, коли виконується рівність:

$$\text{tgi} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

де  $n_{21}$  – показник заломлення другого середовища (скла) відносно першого (рідини). Оскільки кут падіння дорівнює куту відбиття, то  $i = \varphi / 2$  і, відповідно

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

звідки

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

**Відповідь:**  $n_1 = 1,33$ .

### Приклад 5

Дві лампи, сила світла кожної з яких рівна 50 кд, прикріплені до стелі на відстані  $l=4$  м одна від одної. Обчислити освітлюваність стола в люксах, якщо він перебуває під однією з ламп і посередині між лампами. Відстань від поверхні стола до стелі  $h=2$  м.

**Розв'язання.**

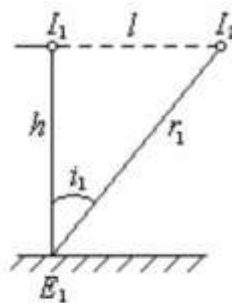


Рис. 1а

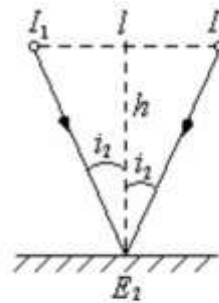


Рис. 1б

Знаходимо суму освітлюваностей від двох ламп, маючи на увазі, що  $I_1 = I_2 = I = 50$  св.

Освітлюваність у першому випадку (рис. 1.а) дорівнює:

$$E_1 = \frac{I}{h^2} + \frac{I}{r_1^2} \cos i_1,$$

$$\text{де } r_1^2 = h^2 + l^2; \quad \cos i_1 = \frac{h}{r_1} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}.$$

Отже,

$$E_1 = \frac{I}{h^2} + \frac{I}{h^2 + l^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}.$$

Освітлюваність у другому випадку (рис. 1б) дорівнює

$$E_2 = \frac{I}{r_2^2} \cos i_2 + \frac{I}{r_2^2} \cos i_2 = \frac{2I}{r_2^2} \cos i_2,$$

$$\text{де } r_2^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2; \quad \cos i_2 = \frac{h}{r_2} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}.$$

Отже,



$$E_2 = \frac{2l}{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}.$$

Підставляючи числові значення величин у вирази для  $E_1$  та  $E_2$  знайдемо:

$$E_1 = \frac{50}{4} + \frac{50 \cdot 2}{(4+16)\sqrt{2}} = 13,6 \text{ eV}; \quad E_2 = \frac{2 \cdot 50 \cdot 2}{(4+4)\sqrt{8}} = 8,9 \text{ eV}.$$

**Відповідь:**  $E_1 = 13,6 \text{ eV}$ ;  $E_2 = 8,9 \text{ eV}$ .

### Приклад 6

Якої швидкості отримують вирвані з калію електрони внаслідок опромінення його фіолетовим світлом з довжиною хвилі  $0,42 \text{ мкм}$ , якщо робота виходу електронів з калію  $A_{\text{Ca}} = 2 \text{ eV}$ ?

Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A_{\text{Ca}} + \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

де  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ ;  $\nu$  – частота падаючого світла;  $m$  – маса електрона;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ .

Визначимо частоту:

$$\nu = \frac{\tilde{\nu}}{\lambda}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1) і, визначаючи  $\nu$ , одержимо:

$$\nu = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{Ca}}\right)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,42 \cdot 10^{-6}} - 3,2 \cdot 10^{-19}\right)}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 5,57 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тут враховано, що  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

**Відповідь:**  $\nu = 5,57 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

### Завдання для самостійного розв'язання

1. Промінь світла падає у воді на скляну пластинку. Показник заломлення води  $n_1=1,33$ ; показник заломлення скла  $n_2=1,5$ . Яким повинен бути кут падіння променя, щоб відбитий від межі розділу промінь був перпендикулярним до заломленого?

2. Визначити, наскільки плоскопаралельна скляна пластинка товщиною  $d=10 \text{ см}$  зміщує промінь світла, який падає з повітря на неї під кутом  $\alpha_1=70^\circ$ . Показник заломлення скла  $n=1,5$ .

3. Промінь світла потрапляє з повітря під кутом падіння  $30^\circ$  на плоскопаралельну пластинку і виходить з неї паралельно до початкового променя. Показник заломлення скла 1,5. Яка товщина  $d$  пластинки, якщо бокове зміщення променя складає 1,94 см?

4. Вертикально розміщений в озері стовп виступає з вода на 1,2 м. Визначити довжину тіні на дні озера, якщо промені Сонця падають на поверхню води під кутом  $45^\circ$ , а глибина озера – 1 м. Показник заломлення води дорівнює 1,33.

5. Показник заломлення товстої прозорої пластинки змінюється від  $n_1=1,4$  на верхній грані, до  $n_2=1,5$  на нижній. Верхня грань пластинки межує із середовищем з показником заломлення  $n_0=1,33$ , а нижня – із середовищем з показником заломлення  $n_3=1,7$ . Промінь світла потрапляє на верхню грань пластинки під кутом падіння  $\alpha_1=30^\circ$ . Під яким кутом промінь вийде з пластинки?

6. Людина, яка стоїть на березі озера, дивиться на камінь, що лежить на його дні. Глибина озера  $h=1$  м. На якій віддалі від поверхні води буде зображення каменя, якщо кут зору складає з нормаллю до поверхні води кут  $60^\circ$ ? Показник заломлення води  $n=1,33$ .

7. Водолаз, ростом 1,7 м, стоїть на дні озера. Яка глибина озера, якщо водолаз бачить відбиті від поверхні води ділянки горизонтального дна, що знаходяться на відстані більше 15 м від нього? Показник заломлення води дорівнює 1,33.

8. Визначити показник заломлення скипидару і швидкість розповсюдження світла в ньому, якщо відомо що кут падіння променя на поверхню скипидару  $45^\circ$ , а кут заломлення  $30^\circ$ .

9. Хлопчик бажає попасти палицею в предмет, що знаходиться на дні водоймища глибиною 40 см. На якій відстані від предмета палиця попаде в дно водоймища, якщо хлопчик точно націлившись, кинув палицю під кутом  $45^\circ$  до поверхні води.

10. Промінь світла падає на прозору плоскопаралельну пластинку, товщиною 5,6 см, під кутом  $45^\circ$  і виходить із пластинки, зазнавши бокового зміщення стосовно початкового напрямку поширення у 2 см. Яким є показник заломлення матеріалу пластинки?

11. Пучок паралельних променів шириною 4 мм падає у повітрі на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Якою є ширина світлового пучка в склі? Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,5.

12. Пучок паралельних променів шириною 3 мм падає у воді на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Ширина світлового пучка в склі рівна 2,5 мм. Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,6. Визначити абсолютний показник заломлення рідини.

13. Переріз скляної призми має форму рівностороннього трикутника. Промінь світла падає перпендикулярно на одну із його граней. Знайти кут  $\varphi$

між падаючим променем і променем, який вийшов з призми. Показник заломлення скла  $n=1,5$ .

**14.** Промінь, що падає на одну із граней призми, виходить після заломлення через суміжну грань. Яким є максимально допустиме значення заломлюючого кута  $\theta$  призми, якщо вона зроблена із скла з показником заломлення  $n=1,5$  ?

**15.** Знайти фокусну віддаль лінзи, що занурена у воду, якщо відомо, що її фокусна віддаль в повітрі дорівнює 20 см. Показник заломлення матеріалу лінзи  $n_l=1,6$ . Показник заломлення води  $n_e=1,33$ .

**16.** На віддалі 15 см від опуклої лінзи з оптичною силою 10 діоптрій, знаходиться предмет висотою 2 см. Знайти положення і висоту зображення предмета. Зробити рисунок.

**17.** Лінза з фокусною віддаллю 16 см дає чітке зображення предмета при двох положеннях, віддаль між якими 60 см. Знайти віддаль від предмета до екрана.

**18.** Збиральна лінза дає на екрані чітке зображення предмета, яке в  $K=2$  рази більше цього предмета. Відстань від предмета до лінзи на  $l=6$  см перевищує її фокусну відстань. Знайти відстань  $f$  від лінзи до екрана.

**19.** Визначити оптичну силу об'єктива фотоапарата, яким фотографують місцевість з літака на висоті 5 км в масштабі 1:20000. В якому масштабі одержимо знімок, якщо цим фотоапаратом виконати фотографування поверхні Землі, з штучного супутника, що знаходиться на висоті 250 км?

**20.** Предмет знаходиться на відстані  $a=0,1$  м від переднього фокуса збиральної лінзи, а екран, на якому виникає чітке зображення предмета, розташований на відстані  $b=0,4$  м від заднього фокуса лінзи. Знайти фокусну відстань лінзи. З яким збільшенням одержимо зображення предмета?

**21.** Дальнозора людина може читати книгу, тримаючи її на відстані не менше 80 см від ока. Яка повинна бути оптична сила окулярів, якими має користуватись ця людина, щоб читати книгу на відстані 25 см?

**22.** Людина, зріст якої 1,7 м, рухається зі швидкістю 1 м/с в напрямку до вуличного ліхтаря. В деякий момент часу довжина тіні людини була 1,8 м, а через 2 с довжина тіні стала 1,3 м. На якій висоті знаходиться ліхтар?

**23.** Висота полум'я свічки 5 см. Лінза дає на екрані зображення цього полум'я висотою 15 см. Не рухаючи лінзу, свічку відсунули на  $L=1,5$  см від лінзи і, пересунувши екран, знову отримали чітке зображення полум'я висотою 10 см. Визначити фокусну відстань лінзи.

**24.** У пристрої для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо радіус третього світлого кільця виявився рівним 3,65 мм. Спостереження відбуваються у прохідному світлі. Радіус кривизни лінзи 10 м, довжина хвилі світла  $5,89 \cdot 10^{-5}$  см.

**25.** На скляну пластину з показником заломлення  $n_1=1,5$  нанесений тонкий шар речовини з показником заломлення  $n_2=1,4$ . Пластина освітлюється пучком паралельних променів з довжиною хвилі 0,54 мкм, що

падають на пластину нормально. Яку мінімальну товщину повинен мати шар, щоб відбиті промені мали найменшу яскравість?

**26.** Симетрична двоопукла тонка скляна лінза з радіусами кривини поверхонь 10 см дає збільшене в 5 разів зображення предмета. Якою є відстань від предмета до його зображення? Показник заломлення скла складає 1,5.

**27.** Тонка лінза дає пряме, уявне і збільшене у 5 разів зображення предмета, що знаходиться на відстані 20 см від лінзи. На якій відстані від даної лінзи слід помістити предмет, щоб його зображення було такого ж збільшення, але дійсним і оберненим? Якою є оптична сила лінзи?

**28.** На дифракційну решітку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda=0,6$  мкм. Кут дифракції для п'ятого максимуму дорівнює  $\alpha=30^\circ$ , а мінімальна різниця довжин хвиль, яка розділяється решіткою, становить  $\Delta=0,2$  нм. Визначити постійну дифракційної решітки  $d$  та довжину дифракційної решітки  $l$ .

**29.** Відстань від предмета до зображення  $f=1$  м. Радіуси кривизни опуклої лінзи дорівнюють  $R=10$  см. Знайти абсолютний показник заломлення скла  $n$  (лінза розміщена в повітрі).

**30.** Відстань від предмета до лінзи  $f=0,4$  м, а від зображення до лінзи  $d=0,3$  м. У скільки разів збільшиться зображення, якщо предмет розмістити на відстані  $f_1=0,2$  м від лінзи?

**31.** З якою метою у досліді Юнга світло пропускають через малий отвір  $b$  у непрозорому екрані А? Оцінити розмір отвору  $b$ , якщо відстань між щілинами  $d=1$  мм, а відстань між екранами А і В  $L=0,3$  м.

**32.** Знайти довжину світлової хвилі  $\lambda_0$ , якщо у досліді Юнга відстань від третього інтерференційного максимуму до центральної смуги  $x_{\max}=1,65$  мм, відстань між щілинами  $d=1$  мм, екран розміщений на відстані  $l=1$  м від щілин.

**33.** Яка найменша товщина  $b_{\min}$  мильної плівки ( $n = 1,33$ ), якщо при спостереженні її у відбитому світлі вона здається зеленою ( $\lambda=500$  нм)? Світло падає на плівку під кутом  $\Theta=35^\circ$  до нормалі.

**34.** На щілину завширшки  $b=40$  мкм, за якою на відстані  $l=0,8$  м розміщено екран, нормально падає плоска світлова хвиля, довжина якої  $\lambda=0,5$  мкм. Який вид дифракції спостерігається у цьому випадку? Визначити ширину  $\Delta x$  центрального максимуму.

**35.** На дифракційну решітку з періодом  $d=4$  мкм падає нормально до її поверхні випромінювання від водневої трубки. За ґраткою розміщено лінзу з фокусною віддаллю  $f=0,4$  м, у фокальній площині якої міститься екран. На якій відстані  $\Delta x$  одна від одної вийдуть спектральні лінії з довжинами хвиль  $\lambda_1=656$  нм і  $\lambda_2=486$  нм у спектрі третього порядку?

**36.** На скляний клин нормально до його грані падає паралельний пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі 0,6 мкм. Число  $m$  інтерференційних смуг, що приходяться на 1 см, дорівнює 10. Визначити кут клина  $\alpha$ .

**37.** Дифракційну решітку падає нормально випромінення від розрядної трубки з криптоном. П'ятий дифракційний максимум для зеленої лінії з довжиною хвилі  $\lambda_1=566$  нм міститься під кутом  $\varphi_1=34^\circ 30'$ . Знайти кутову відстань  $\Delta\varphi$  між зеленою лінією з  $\lambda_1=566$  нм та фіолетовою лінією  $\lambda_2=404$  нм у спектрі третього порядку.

**38.** Зорова труба гоніометра з дифракційною решіткою поставлена під кутом  $20^\circ$  до осі коліатора. При цьому в полі зору труби видно червону лінію спектра гелію  $\lambda_1 = 6680 \text{ \AA}$ . Чому дорівнює стала дифракційної решітки, якщо відомо, що під тим же кутом видно й синю лінію? Найбільший порядок спектра, який можна спостерігати для даної решітки дорівнює 5. Світло падає на решітку нормально.

**39.** Який найбільший порядок спектра можна спостерігати за допомогою дифракційної решітки, що має 500 штрихів на 1 мм при світлі, яке нормально падає на решітку з довжиною хвилі  $\lambda = 0,59 \text{ мкм}$ .

**40.** Довжина робочої частини дифракційної решітки  $l=2$  см, період решітки  $d=2,5$  мкм. Визначити роздільну силу  $R$  решітки у спектрі третього порядку. Яка найменша різниця довжин хвиль  $\delta\lambda$  двох ліній, які розділяються, у зеленій ділянці спектра ( $\lambda=550$  нм)?

**41.** Чому повинна дорівнювати мінімальна кількість штрихів  $N$  у дифракційній решітці, щоб розділити у спектрі другого порядку дві лінії кабію з довжинами хвиль  $\lambda_1=691,2$  нм і  $\lambda_2=693,9$  нм? Яка при цьому найменша довжина робочої частини решітки?

**42.** Пучок природного світла падає зі скла ( $n_1 = 1,5$ ) на воду ( $n_2 = 1,33$ ) під кутом Брюстера. Знайти кут між падаючим променем і заломленим.

**43.** Лампу, сила світла якої 200 кд, закріплено на стіні. Визначити сумарний світловий потік, який падає на всі стіни і підлогу кімнати.

**44.** На висоті 2 м над серединою круглого стола діаметром 3 м висить лампа силою світла 100 кд. Її замінили лампою з силою світла 25 кд, змінивши відстань до стола так, що освітленість середини стола не змінилась. Як зміниться освітленість краю стола?

**45.** Площадка освітлюється двома різними лампами, що висять на стовпі одна над одною на висоті 8 м і висоті 27 м. На якій відстані від основи стовпа лежать точки площадки, освітленість яких не зміниться, коли поміняти лампи місцями?

**46.** Дві лампи силою світла 75 кд і 48 кд розміщені одна від одної на відстані 1,8 м. Де треба розмістити між ними фотометричний екран, щоб його освітленість була однаковою з обох боків.

**47.** У кімнаті є дві лампи, прикріплені до стелі на відстані 4 м одна від одної. Знайти відношення освітленостей центра стола в двох його положеннях: 1) під однією з ламп; 2) посередині між лампами. Висота лампи від поверхні стола по вертикалі дорівнює 2 м. Випромінювання ламп вважати однаковим у всіх напрямках.

**48.** „Червона” межа фотоефекту для деякого металу дорівнює 0,5 мкм. За якої частоти світла електрони, що відірвалися з його поверхні, повністю затримуються зворотним потенціалом в 3,0 В?

**49.** Визначити червону межу фотоефекту для натрію, якщо при опромінюванні його поверхні фіолетовим світлом з довжиною хвилі  $\lambda=400$  нм максимальна швидкість  $\mathcal{A}_{\max}$  фотоелектронів дорівнює  $0,65 \cdot 10^6$  м/с.

**50.** Визначити максимальну швидкість  $\mathcal{A}_{\max}$  фотоелектронів, що вилітають з поверхні срібла під дією: 1) ультрафіолетового випромінювання, довжина хвилі якого  $\lambda_1=155$  нм; 2)  $\gamma$  – випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda_2=2,47$  нм.

## РОЗДІЛ 5. АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

Атомна фізика – розділ фізики, що вивчає будову атомів і елементарні процеси на атомному рівні.

Атом – це найменша частинка хімічного елемента, яка є носієм його властивостей. Він складається з позитивно зарядженого ядра і електронної оболонки – сукупності електронів.

Ядерна фізика – це розділ фізики, в якому вивчають структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду і ядерні реакції.

Протони і нейтрони – це основні елементарні частинки, з яких складається ядро атома. Протон і нейтрон є двома зарядовими станами ядерної частинки, яка називається нуклоном.

Число протонів в ядрі (порядковий номер елемента) прийнято позначати через  $Z$ , число нейтронів – через  $N$ . Їх сума  $A=Z+N$  називається масовим числом ядра. Атоми з однаковим  $Z$  (тобто атоми одного і того ж елемента), але з різними  $N$  називаються *ізотопами*, з однаковими  $A$ , але з різними  $Z$  – *ізобарами*, з однаковими  $N$ , але з різними  $Z$  – *ізотонами*.

Основна відмінність між протоном і нейтроном полягає в тому, що протон – заряджена частинка, заряд якої  $e=1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл. Це елементарний заряд, чисельно рівний заряду електрона. Нейтрон – електрично нейтральна частинка.

Формула	Назва формули	Позначення
$E = h\nu$	Формула Планка	$E$ – енергія кванта електромагнітного випромінювання; $h$ – стала Планка; $\nu$ – частота випромінювання
$E_0 = m_0c^2$	Енергія спокою частинки	$m_0$ – маса спокою частинки; $c$ – швидкість світла
$m\nu_n r_n = \hbar n$	Момент імпульсу електрона на орбіті	$m$ – маса електрона; $\nu_n$ – швидкість на $n$ -й орбіті; $r_n$ – радіус $n$ -ї орбіти; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка; $n$ – головне квантове число
$\varepsilon = \hbar\omega = E_k - E_n$	Енергія фотона, що випромінюється атомом водню при переході з одного стаціонарного стану в інший	$\omega$ – циклічна (колова) частота випромінювання; $k$ і $n$ – головні квантові числа стаціонарних станів, між якими відбувається перехід ( $k > n$ )
	Радіуси стаціонарних орбіт електрона в атомі водню	$\varepsilon_0$ – електрична стала; $e$ – величина заряду

Формула	Назва формули	Позначення
$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2m} \cdot n^2, n=1, 2, \dots,$		електрона
$E_n = -\frac{e^4m}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{e^4m}{8\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$	Енергія атома водню в $n$ -ому стаціонарному стані	$m$ – маса електрона
$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$	Частоти хвиль, що відповідають лініям водневого спектра	$c$ – швидкість поширення світла у вакуумі; $R$ – стала Рідберга
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}$	Довжина хвилі де Бройля для мікрочастинки з імпульсом $\vec{p} = m\vec{v}$	$h$ – стала Планка
$N = N_0 e^{-\lambda t}$	Основний закон радіоактивного розпаду	$N_0$ – кількість ядер в початковий момент часу; $N$ – кількість атомів, які не розпалися на момент часу $t$ ; $\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	Кількість атомів, що розпалися за час $t$	$N_0$ – кількість ядер в початковий момент часу; $N$ – кількість атомів, які не розпалися на момент часу $t$ ; $\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$	Період піврозпаду	$\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$\tau = \frac{1}{\lambda}$	Середній час життя радіоактивного ядра	$\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$N = \frac{m}{\mu} N_A$	Кількість атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі	$N_A$ – стала Авогадро
$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$	Активність радіоактивного ізотопу	$N_0$ – кількість ядер в початковий момент часу; $N$ – кількість атомів, які не розпалися на момент часу $t$ ; $\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$A_0 = \lambda N_0$	Активність ізотопу в початковий момент часу ( $t = 0$ )	$\lambda$ – стала радіоактивного розпаду; $N_0$ – кількість ядер в початковий момент часу
$A = A_0 e^{-\lambda t}$	Закон зміни активності ізотопу з часом	$A_0$ – активність ізотопу в початковий момент часу ( $t = 0$ ); $\lambda$ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_a = Zm_{\text{H}^1} + (A - Z)m_n - m_a$	Дефект маси атомного ядра	$Z$ – зарядове число; $m_p$ , $m_n$ – маси протона і нейтрона, $m_a$ і $m_a$ – маси



Формула	Назва формули	Позначення
$E_{36} = c^2 \Delta m$	Енергія зв'язку ядра. Якщо енергія виражена в мегаелектрон-вольтах (MeB), а маса – в атомних одиницях маси (a.o.m.), то $c^2 = 931 \frac{MeB}{a.o.m.}$	ядра і атома ізотопу  $c$ – швидкість світла у вакуумі; $\Delta m$ – дефект маси ядра
$E_{num} = \frac{E_{36}}{A}$	Питома енергія зв'язку	$A$ – масове число
${}_{Z_1}X^{A_1} + a \rightarrow {}_{Z_2}Y^{A_2} + \nu,$ або ${}_{Z_1}X^{A_1}(a, \nu){}_{Z_2}Y^{A_2}$	Символічний запис ядерної реакції	${}_{Z_1}X^{A_1}$ і ${}_{Z_2}Y^{A_2}$ – вихідне і кінцеве ядра відповідно з зарядовими числами $Z_1$ і $Z_2$ і масовими числами $A_1$ і $A_2$ ; $a$ і $\nu$ – частинки, які бомбардують і випускаються в ядерній реакції $m_x, m_a$ – маси спокою ядра мішені і бомбардувальної частинки; $m_y, m_\nu$ – маси спокою продуктів реакції; $E_k(x), E_k(a)$ – кінетичні енергії відповідно ядра-мішені і бомбардувальної частинки; $E_k(y), E_k(\nu)$ – кінетичні енергії ядра-продукту розкладу і частинки, яка вилітає
$Q = 931[(m_x + m_a) - (m_y + m_\nu)] = [E_k(y) + E_k(\nu) - E_k(x) - E_k(a)]$	Енергія ядерної реакції	

## Приклади розв'язання задач з атомної та ядерної фізики

**Приклад 1.** Показати, що частота світла, що випромінюється при переході електрона з  $(n+1)$ -ї на  $n$ -у орбіту при  $n \rightarrow \infty$  наближається до частоти обертання електрона навколо ядра.

**Розв'язання.** При переході електрона з  $(n+1)$ -ї орбіти на  $n$ -у випромінюється світло частотою

$$\nu_{n,n+1} = \frac{1}{h}(E_{n+1} - E_n),$$

де  $h$  – стала Планка;  $E_n, E_{n+1}$  – енергії електрона в атомі на  $n$ -й і  $(n+1)$ -й орбітах.

Оскільки енергія електрона

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2},$$

то

$$v_{n,n+1} = \frac{Z^2 m e^4}{8 h^3 \varepsilon_0^2} \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right] = \frac{1}{r_n} \cdot \frac{Z e^2}{8 h \varepsilon_0 \pi} n^2 \cdot \frac{2n+1}{n^2 (n+1)^2},$$

де  $r_n = n^2 \frac{h \varepsilon_0}{Z \pi m e^2}$  – радіус  $n$ -ї орбіти електрона. При  $n \rightarrow \infty$  знаходимо:

$$v_{n,n+1} \Big|_{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{r_n} \cdot \frac{Z e^2}{4 h \varepsilon_0 \pi}.$$

Момент кількості руху електрона на  $n$ -й орбіті задовольняє рівність:

$$L = m v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}.$$

Звідси, враховуючи, що

$$v_n = \omega_n r_n = 2\pi \nu_n r_n,$$

отримуємо, що

$$\nu_n = \frac{nh}{4\pi^2 m r_n^2}.$$

Знайдемо відношення частот:

$$\frac{\nu_{n,n+1}}{\nu_n} = \frac{\frac{1}{r_n} \cdot \frac{Z e^2}{4 h \varepsilon_0 \pi}}{\frac{nh}{4\pi^2 m r_n^2}} = r_n \frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z \pi m e^2}{h^2 \varepsilon_0} = r_n \frac{1}{r_n} = 1.$$

**Відповідь:**  $\frac{\nu_{n,n+1}}{\nu_n} = 1.$

**Приклад 2.** Знайти довжину хвилі де Бройля для атома водню, що рухається при температурі  $T = 293$  К з найімовірнішою швидкістю.

**Розв'язання.**

Довжина хвилі де Бройля визначається формулою

$$\lambda = \frac{h}{m v},$$

де  $h$  – стала Планка;  $m$  – маса атома водню, а  $v$  – швидкість руху атома.

За умовою

$$v = v_{\text{ш}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

де  $k$  – стала Больцмана.

Отже,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2kmT}}.$$

Підставимо числові значення:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 293}} = 180 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 180 \text{ нм}.$$

**Відповідь:**  $\lambda = 180 \text{ нм}$ .

### Приклад 3.

Радіоактивний натрій розпадається з періодом напіврозпаду  $T=14,8$  год. Визначити число атомів, що розпалися в 1 мг даного радіоактивного препарату за 10 год.

**Розв'язання.** Число атомів, що розпалися за інтервал часу  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N,$$

де  $N_0$  – число атомів, що не розпалися, у початковий момент часу в 1 мг натрію,  $N$  – число атомів, що не розпалися через інтервал часу  $t$ . Оскільки

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

то можна записати:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t}). \quad (2)$$

Враховуючи, що  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ , перетворимо формулу (2):

$$\Delta N = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T} \ln 2} \right) = N_0 \left[ 1 - \left( e^{\ln 2} \right)^{-\frac{t}{T}} \right] = N_0 \left( 1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right).$$

Оскільки в 1 молі  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  міститься  $N_A$  атомів, то в масі  $m$  міститься число  $N_0$  атомів:

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_A.$$

Отже,

$$\Delta N = \frac{m}{\mu} N_A \left( 1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right) = 9,3 \cdot 10^{18}.$$

**Відповідь:**  $\Delta N = 9,3 \cdot 10^{18}$ .

### Приклад 4.

Яку енергію (в МеВ) треба витратити, щоб розщепити ядро  ${}^4_2\text{He}$  та віддалити його складові частини на таку відстань, щоб силою їх взаємодій можна було знехтувати, а їх кінетична енергія стала дорівнювати нулю?

**Розв'язання.** Енергія зв'язку дорівнює роботі, яку необхідно виконати для розщеплення ядра на нуклони без надання їм кінетичної енергії.

Енергія зв'язку атомного ядра

$$E_{\text{св}} = \tilde{n}^2 \Delta m = 931 \Delta m \text{ МеВ},$$

де  $\Delta m$  – дефект маси атомного ядра  ${}^4_2\text{He}$ :

$$\Delta m = 2m_{\text{H}^1} + 2m_n - m_{\text{He}^4}.$$

Підставимо числові значення мас:

$$E_{\text{св}} = 931 \cdot [2 \cdot 1,00812 + 2 \cdot 1,00898 - 4,00390] \text{ MeV} = 28 \text{ MeV}.$$

**Відповідь:**  $E_{\text{св}} = 28 \text{ MeV}$ .

### Приклад 5.

Знайти енергію реакції  ${}_4\text{Be}^9 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_3\text{Li}^6$ , якщо відомо, що кінетичні енергії протона  $E_{\text{e}}(\text{H}) = 5,45 \text{ MeV}$  і ядра гелію  $E_{\text{e}}(\text{He}) = 4 \text{ MeV}$ , і що ядро гелію вилетіло під кутом  ${}_4\text{Be}^9$  до напрямку руху протона. Ядро-мішень  ${}_4\text{Be}^9$  нерухоме.

**Розв'язання.** Енергія реакції  ${}_4\text{Be}^9$  є різниця між сумою кінетичних енергій ядер – продуктів реакції і кінетичною енергією ядра, що вилітає:

$$Q = E_{\text{e}}(\text{Li}) + E_{\text{e}}(\text{He}) - E_{\text{e}}(\text{H}).$$

У цьому виразі невідома кінетична енергія  $E_{\text{e}}(\text{Li})$  літію. Для її визначення використаємо закон збереження імпульсу

$$\vec{p}(\text{H}) = \vec{p}(\text{He}) + \vec{p}(\text{Li}).$$

Вектори  $\vec{p}(\text{H})$  і  $\vec{p}(\text{He})$  за умовою задачі взаємно перпендикулярні і разом з вектором  $\vec{p}(\text{Li})$  утворюють прямокутний трикутник. Тому

$$p^2(\text{Li}) = p^2(\text{He}) + p^2(\text{H}).$$

Виразимо в цій рівності імпульси ядер через їх кінетичні енергії:  $p^2 = 2mE_{\text{e}}$ .

Отже,

$$m_{\text{Li}} E_{\text{e}}(\text{Li}) = m_{\text{He}} E_{\text{e}}(\text{He}) + m_{\text{H}} E_{\text{e}}(\text{H}),$$

звідки

$$E_{\text{e}}(\text{Li}) = \frac{m_{\text{He}} E_{\text{e}}(\text{He}) + m_{\text{H}} E_{\text{e}}(\text{H})}{m_{\text{Li}}} = 3,58 \text{ MeV}.$$

**Відповідь:**  $E_{\text{e}}(\text{Li}) = 3,58 \text{ MeV}$ .

### Завдання для самостійного розв'язання

1. Електрон в атомі водню перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити енергію випущеного при цьому фотона.

2. Знайти кутову швидкість  $\omega$  і період обертання  $T$  електрона на першій борівській орбіті в атомі водню.

3. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючи різницю потенціалів  $U$ . Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: 1)  $U_1 = 51 \text{ В}$ ; 2)  $U_2 = 510 \text{ кВ}$ .

4. При переході електронів атомів водню з 4-ї стаціонарної орбіти на 2-у випромінюються фотони, які дають зелену лінію в спектрі водню.

Визначити довжину хвилі цієї лінії, якщо при випромінюванні фотона атома витрачається енергія  $4,04 \cdot 10^{-19}$  Дж.

5. Швидкість електрона, що перебуває на третій борівській орбіті атома водню,  $v = 734 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ . Знайти радіус цієї орбіти.

6. Незбуджений атом водню поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda = 102,6$  нм. Знайти, користуючись теорією Бора, радіус електронної орбіти збудженого атома водню.

7. Обчислити за теорією Бора період обертання електрона в атомі водню, що знаходиться у збудженому стані, який визначається головним квантовим числом  $n = 2$ .

8. Знайти зміну енергії електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з частотою  $\nu = 6,28 \cdot 10^{14}$  Гц.

9. Електрон в атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну і потенціальну енергію електрона.

10. На скільки зміниться кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 435$  нм?

11. Виділяється чи поглинається енергія під час ядерної реакції  ${}_{27}^{59}\text{Co} + {}_0^1n \rightarrow {}_{27}^{60}\text{Co} + \gamma$  ?

12. Під час переходу електронів в атомах водню з четвертої стаціонарної орбіти на другу випромінюються фотони, які мають енергію  $4,04 \cdot 10^{-19}$  Дж (зелена лінія водневого спектра). Визначити довжину хвилі цієї лінії спектра.

13. Внаслідок опромінення пари ртуті електронами енергія атома ртуті збільшилася на  $4,9$  eV. Яка довжина хвилі випромінювання, що його випускають атоми під час переходу в незбуджений стан?

14. Для іонізації атома кисню необхідна енергія близько  $14$  eV. Визначити частоту випромінювання, яка може спричинити іонізацію.

15. У скільки разів змінюється енергія атома водню під час переходу електрона з першої стаціонарної орбіти на третю? під час переходу електрона з четвертої орбіти на другу?

16. У скільки разів довжина хвилі випромінювання атома водню під час переходу електрона з третьої орбіти на другу більша від довжини хвилі, зумовленої переходом електрона з другої орбіти на першу?

17. Обчислити (з точністю до двох значущих цифр) значення сталої R у формулі Бальмера, якщо найменша частота випромінювання у видимій частині спектра водню  $4,6 \cdot 10^{14}$  Гц.

18. Найбільша довжина хвилі випромінювання у видимій частині спектра водню становить  $0,66$  мкм. Визначити довжини хвиль найближчих трьох ліній у видимій частині спектра водню.

19. Обчислити енергію зв'язку ядра дейтерію  ${}^2_1\text{H}$  (в MeV).

20. Визначити енергію зв'язку ядра алюмінію  ${}^{27}_{13}\text{Al}$ .

21. Визначити енергію зв'язку, яка припадає на один нуклон у ядрах  ${}^7_3\text{Li}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ .

22. Яка мінімальна енергія потрібна для розщеплення ядра азоту  ${}^{14}_7\text{N}$  на протони та нейтрони?

23. Кінетична енергія протона дорівнює його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля для такого протона.

24. Визначити кінетичну енергію протона і електрона, для яких довжина хвилі де Бройля  $\lambda = 0,06 \text{ нм}$ .

25. Яку прискорювальну різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля була  $\lambda = 0,1 \text{ нм}$ ?

26. Протон має кінетичну енергію, що дорівнює енергії спокою. У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля протона, якщо його кінетична енергія збільшиться вдвічі?

27. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів  $U = 200 \text{ В}$ , має довжину хвилі де Бройля, яка дорівнює  $\lambda = 0,002 \text{ нм}$ . Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що її заряд числово дорівнює зарядові електрона.

28. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона, що знаходиться на другій орбіті атома водню.

29. Електрон рухається по колу радіусом  $R = 0,5 \text{ см}$  в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 8 \text{ мТл}$ . Визначити довжину хвилі де Бройля електрона.

30. Знайти довжину хвилі де Бройля для молекули кисню, що рухається із середньою квадратичною швидкістю при температурі  $T = 300 \text{ К}$ .

31. Обчислити довжину хвилі де Бройля для кулі масою  $m = 10 \text{ г}$ , що рухається з швидкістю  $v = 400 \text{ м/с}$ .

32. Протон має кінетичну енергію  $E_k = 1 \text{ кеВ}$ . Визначити додаткову енергію, яку необхідно йому надати для того, щоб довжина хвилі де Бройля зменшилась втричі.

33. Знайти період піврозпаду радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час  $t = 10$  діб зменшилась на 24% порівняно з початковою.

34. За час  $t = 1$  доби активність ізотопу зменшилась від  $A_1 = 118 \text{ ГБк}$  до  $A_2 = 7,4 \text{ ГБк}$ . Визначити період піврозпаду цього нукліда.

35. На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу іридію за час  $t = 15$  діб? Період піврозпаду іридію  $T_{1/2} = 75$  діб.

36. За час  $t = 8$  діб розпалося  $k = \frac{3}{4}$  початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу. Визначити період піврозпаду.

37. Визначити кількість ядер, що розпадаються протягом часу  $t_1 = 1 \text{ хв}$ ;  $t_2 = 5$  діб у радіоактивному ізотопі фосфору  ${}^{32}_{15}\text{P}$  масою  $m = 1 \text{ мг}$ . Період піврозпаду фосфору  $T_{1/2} = 14,3$  доби.

38. З кожного мільйона атомів радіоактивного ізотопу за  $t = 1 \text{ с}$  розпадається 200 атомів. Визначити період піврозпаду.

39. Знайти сталу розпаду радона  ${}_{86}\text{Rn}^{222}$ , якщо відомо, що кількість атомів радона зменшується за час  $t=1$  доби на 18,2%. Період піврозпаду радону  $T_{1/2} = 3,8$  доби.

40. Деякий радіоактивний ізотоп має сталу розпаду  $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ c}^{-1}$ . Через який час розпадається 75% початкової маси атомів?

41. За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилась втричі. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

42. Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію  $\text{Mg}^{27}$  масою  $m = 0,2 \text{ мкг}$ , а також його активність через час  $t = 6 \text{ год}$ .

43. Визначити енергію ядерної реакції  ${}_4\text{Be}^9 + n^1 \rightarrow {}_4\text{Be}^{10} + \gamma$ , якщо відомо, що енергія зв'язку ядра берилію  ${}_4\text{Be}^9$   $E_{361} = 58,16 \text{ MeV}$ , а ядра  ${}_4\text{Be}^{10}$   $E_{362} = 64,98 \text{ MeV}$ .

44. Знайти енергію ядерної реакції  ${}_7\text{N}^{14} + n^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{14} + {}_1\text{p}^1$ , якщо енергія зв'язку ядра азоту  ${}_7\text{N}^{14}$   $E_{361} = 104,66 \text{ MeV}$ , а ядра вуглецю  ${}_6\text{C}^{14}$   $E_{362} = 105,29 \text{ MeV}$ .

45. При ядерній реакції  ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_6\text{C}^{12} + {}_0\text{n}^1$  звільняється енергія  $Q = 5,70 \text{ MeV}$ . Нехтуючи кінетичними енергіями ядер берилію і гелію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, знайти кінетичні енергії продуктів розпаду.

46. Нехтуючи кінетичними енергіями ядер дейтерію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, визначити кінетичні енергії та імпульси продуктів реакції  ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^3 + {}_0\text{n}^1$ .

47. Написати термоядерні реакції утворення гелію з тритію й дейтерію і підрахувати, яка кількість енергії в кіловат-годинах виділиться під час утворення  $m = 1 \text{ г}$  гелію.

48. Яка маса урану  ${}_{92}\text{U}^{235}$  витрачається за добу на атомній електростанції потужністю  $P = 5000 \text{ кВт}$ ? ККД станції  $\eta = 17\%$ . При кожному поділі виділяється енергія  $200 \text{ MeV}$ .

49. Яку масу води можна нагріти від  $T = 273 \text{ К}$  до кипіння, якщо використати все тепло, що виділяється при реакції  ${}_3\text{Li}^7 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$  при повному розпаді  $m = 1 \text{ г}$  літію?

50. Знайти енергетичну потужність атомної електростанції, що витрачає масу  $m = 0,1 \text{ кг}$  урану  ${}_{92}\text{U}^{235}$  за добу, якщо ККД станції дорівнює  $\eta = 16\%$ ?

## ДОДАТКИ

Таблиця 1

### Значення деяких фундаментальних фізичних величин

Величина	Позначення	Числове значення та одиниці вимірювання в системі СІ
Стала Авогадро	$N_a$	$6,0220945 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Гравітаційна стала	$G$	$6,6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> кг <sup>-2</sup>
Заряд електрона	$e$	$1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Класичний радіус електрона	$r_e$	$2,8179380 \cdot 10^{-15}$ м
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_e$	$2,4263089 \cdot 10^{-12}$ м
Комптонівська довжина хвилі протона	$\lambda_p$	$1,3214099 \cdot 10^{-15}$ м
Комптонівська довжина хвилі нейтрона	$\lambda_n$	$1,3195909 \cdot 10^{-15}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B$	$9,274078 \cdot 10^{-24}$ Дж·К <sup>-1</sup>
Магнітний момент електрона	$\mu_e$	$9,284832 \cdot 10^{-24}$ Дж·К <sup>-1</sup>
Магнітний момент протона	$\mu_p$	$1,4106171 \cdot 10^{-26}$ Дж·К <sup>-1</sup>
Магнітна постійна	$\mu_0$	$12,56637 \cdot 10^{-7}$ Гн·м <sup>-1</sup>
Маса спокою електрона	$m_e$	$9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса спокою протона	$m_p$	$1,6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою нейтрона	$m_n$	$1,6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Нормальний атмосферний тиск	$P_{\text{атм.}}$	101325 Па
Нормальне прискорення вільного падіння	$g$	$9,80665$ м·с <sup>-2</sup>
Об'єм моля ідеального газу при нормальних умовах	$V_m$	$22,41383 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> ·моль <sup>-1</sup>
Постійна Больцмана	$k$	$1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж·К <sup>-1</sup>
Постійна Планка	$h$	$6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Швидкість світла	$c$	$2,99792458 \cdot 10^8$ м·с <sup>-1</sup>
Універсальна газова стала	$R$	$8,31441$ Дж·моль <sup>-1</sup> ·Л <sup>-1</sup>
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф·м <sup>-1</sup>



Таблиця 2

Густина деяких речовин  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>

Речовина	Густина	Речовина	Густина
Алюміній	$2,7 \cdot 10^3$	Слюда	$2,8 \cdot 10^3$
Бетон	$2,2 \cdot 10^3$	Ебоніт	$1,3 \cdot 10^3$
Вісмут	$9,8 \cdot 10^3$	Чавун	$7,8 \cdot 10^3$
Граніт	$2,8 \cdot 10^3$	Грунт	$2,0 \cdot 10^3$
Латунь	$8,6 \cdot 10^3$	Бензин	$0,7 \cdot 10^3$
Лід	$0,9 \cdot 10^3$	Вода	$1,1 \cdot 10^3$
Мідь	$8,7 \cdot 10^3$	Вода (морська)	$1,1 \cdot 10^3$
Нікель	$8,9 \cdot 10^3$	нафта	$0,8 \cdot 10^3$
Плексиглас	$1,18 \cdot 10^3$	Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$
Свинець	$11,3 \cdot 10^3$	Спирт	$0,79 \cdot 10^3$
Скло	$2,2 \cdot 10^3$	Азот	$0,9 \cdot 10^3$
Сталь	$7,7 \cdot 10^3$	Аміак	$2,14 \cdot 10^3$
Срібло	$10,5 \cdot 10^3$	Аргон	$1,25 \cdot 10^3$

Таблиця 3

## Поверхневий натяг деяких рідин при 20° С

Речовина	$\alpha$ , мН/м	Речовина	$\alpha$ , мН/м
Азотна кислота	59,4	Нафта	26
Анілін	42,9	Ніробензол	43,9
Ацетон	23,7	Сірчана кислота	57,4
Вода	73,0		

Таблиця 4

Питома теплоємність ( $C_p$ ), теплота плавлення ( $\lambda$ ), теплота пароутворення ( $r$ ), температура плавлення ( $t_{пл.}$ ) і кипіння ( $t_{кп.}$ ) деяких речовин

Речовина	$C_p$ , кДж/кг·°С	$\lambda$ , кДж/кг	$r$ , кДж/кг	$T_{пл.}$ , °С	$T_{кп.}$ , °С
Алюміній	0,88	322–394	9220	658,3	2300
Ацетон	2,18	96	524	–94,3	56,2
Бензол	1,705	127	396	5,5	80,2
Вісмут	0,13	50	855	271	1560
Гліцерин	2,4	176	825	–	290
Германій	0,31	478	–	958	2700
Залізо	0,45	293	6300	1530	3050
Золото	0,13	66,6	1575	1064,4	2800
Калій	0,763	60,8	2080	64	760
Латунь	0,38	–	–	900	–
Лід (вода)	4,19	334	2260	0	100
Літій	4,40	628	20500	186	1317
Магній	1,3	373	5450	651	1103

Речовина	$c_p$ , кДж/кг·°С	$\lambda$ , кДж/кг	$r$ , кДж/кг	$T_{пл.}$ , °С	$T_{кп.}$ , °С
Мідь	0,39	214	5410	1083	2360
Натрій	1,3	113	4220	9,8	883
Нікель	0,46	243–306	7210	1452	3000
Олово	0,23	59	3020	231,9	2270
Ртуть	0,138	11,73	285	–38,9	356,7
Свинець	0,13	22,5	880	327,3	1750
Срібло	0,235	88	2350	961,9	2184
Спирт етиловий	2,43	105	846	–114	78,3
Сталь	0,46	205	–	1300–1400	–
Чавун	0,50	69–138	–	1100–1200	–

**Таблиця 5**

**Питомий опір і температурний коефіцієнт опору металів при 20° С**

Метал	$\rho \cdot 10^{-8}$ Ом·м	$\chi \cdot 10^{-3}$ , К <sup>-1</sup>	Метал	$\rho \cdot 10^{-8}$ Ом·м	$\chi \cdot 10^{-3}$ , К <sup>-1</sup>
Алюміній	2,8	4,9	Нікель	10,0	5,0
Бронза	8,0	4,0	Олово	11,5	4,2
Вольфрам	5,5	4,5	Свинець	22,1	4,1
Залізо	9,8	6,2	Ртуть	95,8	0,9
Латунь	2,5–6,0	2–7	Срібло	1,6	3,6
Мідь	1,75	3,9	Тантал	15,5	3,1
Молібден	5,7	3,3	Хром	2,7	–
Цинк	5,9	3,5			

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ансельм А.И. Очерки развития физической теории в первой трети XX века. М. : Наука, 1986. 244 с.
2. Астахов А.В. Курс физики. Т.1. Механика. Кинетическая теория материи. М. : Наука, 1977. 244 с.
3. Беккер Р. Теория теплоты. М. : Наука, 1974. 504 с.
4. Борн М. Атомная физика. М. : Мир, 1970. 484 с.
5. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики : навч. посіб: У 2 кн. К. : Либідь, 1997.
6. Геворкян Р.Г., Шепель В.В. Курс общей физики. М. : Наука, 1972. 599 с.
7. Грабовский Р.И. Курс физики. М. : Высшая шк., 1974. 552 с.
8. Де Бур Я. Введение в молекулярную физику и термодинамику. М. : Мир, 1962. 277 с.
9. Детлаф А.А., Яворская Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики (в 3-х томах). М. : Высшая шк., 1979. 326 с.
10. Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм. М. : Наука, 1970. 384 с.
11. Калашников С.Г. Электричество. М. : Наука, 1977. 591 с.
12. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики : навч. посіб. для студ. вищих техн. і пед. закладів освіти / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик; За ред. І.М. Кучерука: В 3-х т. К. : Техніка, 2001.
13. Лансберг Г.С. Оптика. М. : Наука, 1976. 926 с.
14. Ремизов А.Н. Курс физики, электроники и кибернетики для медицинских институтов. М. : Высшая школа, 1982. 607 с.
15. Савельев И.В. Курс общей физики (в 3-х томах). М.: Наука, 1979. 840 с.
16. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество и магнетизм. М. : Наука, 1977. 687 с.
17. Чечкин С.А. Основы геофизики. Л. : Гидрометеиздат, 1990. 287 с.
18. Чолпан П.П. Фізика. К. : Вища шк., 2003. 567 с.

Навчально-методичне видання

**Кевшин Андрій Григорович**  
**Федосов Сергій Анатолійович**  
**Галян Володимир Володимирович**

## **Фізика**

*Задачі*

Друкується в авторській редакції