УДК 519.7651981

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Кузьмич Олена Іванівна,**  доцент кафедри прикладної математики та інформатики СНУ імені Лесі Українки  **Мекуш Оксана Григорівна,**  доцент кафедри алгебри та математичного аналізу СНУ імені Лесі Українки  **Гришанович Тетяна Олександрівна,**  старший викладач кафедри прикладної  математики та інформатики  СНУ імені Лесі Українки |

**АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ РУХУ МОБІЛЬНИХ РОБОТІВ:**

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДЕМОНСТРАЦІЯ**

**У СЕРЕДОВИЩІ МАТЛАБ**

У роботі проводиться моделювання динаміки мобільного робота в середовищі MatLab, що дає можливість пояснити деякі динамічні ефекти, що призводять до нестійкості прямолінійного руху робота та заносів на поворотах на великих швидкостях. Використано інструмент чисельного моделювання динамічних систем MatLab (версія 7.6.0 (R2008a)), з допомогою якого побудовані фазові траєкторії кутової та лінійної швидкостей. На основі цього даються рекомендації з оптимальної конструкції шасі для уникнення явища нестійкості руху, а також демонструється можливість використання програмного середовища в навчальному процесі для пояснення динамічних нетривіальних ефектів.

**Ключові слова:** мобільний робот, стійкість, моделювання систем, програмне середовище MatLab.

**Kuzmych O.I., Mekush O.G., Gryshanovych T.O. Analysis of the stability of motion of a mobile robot: modeling and demonstration in MatLab.**

The work devoted modeling the dynamics of the mobile in software environment MatLab, which makes it possible to explain some dynamic effects that lead to instability of rectilinear motion and torsion effect when cornering at high speeds. Using the tool of numerical simulation of dynamical models MatLab (version 7.6.0 (R2008a)), graphic and linear dependence of the angular velocity of the time and phase trajectory were done. On this basis, provides the recommendations on the optimal design of chassis to avoid the phenomenon of instability.

**Keywords: mobile robot, stability, simulation of the system, software Matlab.**

В ІІ пол. 20 століття активізувався інтерес до досліджень, що стосуються впровадження роботів в процес автоматизованого виробництва. Тут потрібно згадати космічних роботів для вивчення поверхні небесних тіл Сонячної системи, роботів для підводних досліджень, роботів, призначених для розмінування підозрілих предметів в місцях скупчення людей, для гасіння пожежі, таких, що здатні самостійно рухатися по заздалегідь невідомій пересічній місцевості, виконувати рятувальні операції під час стихійних лих, аварій атомних електростанцій та ін. У зв’язку з цим з’явилась гостра необхідність створення найбільш досконалих робототехнічних систем, дослідження та тестування яких можна проводити з допомогою прототипів мобільних роботів, які включають широкий спектр - від мікророботів до мехатронних конструкцій досить значних розмірів. Особливо заслуговують на увагу так звані спортивні роботи, для яких проводяться спеціальні змагання для виявлення найкращих технічних параметрів та систем управління при проходженні певних умов. При цьому найгостріша конкуренція і екстремальні умови змагань створюють ідеальні умови для апробації науково-технічних новинок.

Мобільний робот класу «монотип», має трьох-колісне шасі з двома моторизованими колесами, які приводяться в обертання електродвигунами. Крім того, на шасі робота розміщуються датчики, бортовий комп'ютер і система управління рухом. Уже на перших метрах шляху колісного робота його конструктори змушені виявляти факти нестійкості прямолінійного руху та заноси на поворотах на великих швидкостях при певній конструкції шасі. Для пояснення та уникнення цього явища необхідне створення грамотної механіко-математичної моделі та встановлення умов стійкості. В даній роботі виконано моделювання динаміки руху мобільного робота в середовищі MatLab та пояснено виникнення ефекту нестійкості. Такими задачами займалися також П. Апель, П.В. Воронцов та С.А. Чаплигін. На основі моделювання встановлено, що описані нетривіальні динамічні ефекти виникають в залежності від конструкції шасі робота, а саме – взаємного розміщення центра мас, ведучих коліс і третього колеса. Це твердження підтверджено експериментально [1-4].

Рис. 2

**Модель динаміки робота**

Динаміка руху робота описується нелінійною системою диференціальних рівнянь [5]. Модуль  швидкості центра мас та кутова швидкість  робота задовольняють динамічним рівнянням:

,

 (1)

де - маса корпуса,  - його момент інерції. Тут  - лінійна швидкість центра мас,  - кутова швидкість робота, - відстань між центрами провідних коліс робота.

Розглянемо випадок подачі на двигуни ведучих коліс однакових напруг, що відповідатиме прямолінійному руху. Введемо позначення:  та , де  - параметр, пропорційний коефіцієнту сил в'язкого тертя,  - позитивний параметр, пропорційний сумі напруг, що подаються на провідні колеса робота,  - абсциса центра мас робота в рухомій системі. При позитивних значеннях  центр мас і третє колесо знаходяться попереду ведучих коліс. Величина , де  - радіус інерції робота щодо осі, що проходить через центр мас. Тоді у разі однакового розподілу напруг, що подаються на двигуни ведучих коліс, диференціальні рівняння руху мобільного робота мають вигляд:

,

 (2)

**Моделювання у середовищі МатЛаб**

Розглянемо дану модель динаміки робота (2) та проведемо її моделювання в середовищі MatLab на базі використання солвера розв’язання систем диференціальних рівнянь “ode45” .

**1.** Розглянемо випадок позитивного значення параметра , тобто випадок, коли центр мас і третє колесо знаходяться попереду ведучих коліс.

|  |  |
| --- | --- |
| stable |  |
| Рис. 1. Фазовий портрет при | Рис.2. Фазовий портрет при |

Фазовий портрет системи (1) в цьому випадку показаний на рис. 1, система демонструє стійку поведінку розв’язку, і, відповідно, стійку особливу точку типу «вузол». Бачимо, що лінійна швидкість з часом прямує до сталого значення 6, а кутова швидкість прямує до нуля. Тобто, ефекту «закручення» та заносів на поворотах в цьому випадку не буде.

**2.** Інша ситуація виникає, коли параметр  від’ємний, тобто центр мас і третє колесо знаходяться позаду ведучих коліс робота. При збільшенні напруги, що подається на двигуни, і зростанні його швидкості спостерігається наявність 2-х особливих точок системи. При цьому бачимо (рис. 2), що лінійна швидкість прямує до сталого значення 6, та кутова швидкість набуватиме сталого додатного значення 0,35, тобто появи незначного обертального руху з постійною кутовою швидкістю. Це, звичайно, призведе до появи ефекту заносів на повороті.

Розглянемо детальніше випадок нестійкого руху і продемонструємо як можна аналізувати динаміку системи з допомогою MatLab-симуляції. Це дозволить використати цей метод в навчальному процесі при вивченні задач аналізу динамічних систем. Для цього використаємо наступні початкові дані:

; ; ; ; ; ;.

На рис. 3 показано результат моделювання при , , на рис. 4 – проведено моделювання при зменшенні поданих напруг, що відповідає коефіцієнту , , (червоні траєкторії). З графіка рис. 4 (сині траєкторії) бачимо, що при зменшенні відстані до  та коли напруга залишається незмінною, маємо дві нові точки рівноваги. Вони показують що рівноважне значення лінійної швидкості є більшим, а кутової швидкості зменшується, що буде дещо зменшувати ефект заносів на поворотах. Ці результати моделювання означають, що у випадку, коли провідні колеса знаходяться попереду центру мас, мобільний робот може здійснювати стійкий прямолінійний рух тільки зі швидкістю, що не перевищує деякого граничного значення. З ростом напруги, що подається на двигуни, швидкість робота збільшується. Після досягнення зазначеного граничного значення прямолінійний рух стає нестійким, робот «закручує», і він прагне до одного з обертальних рухів. Напрям визначається малими збуреннями, що існують при русі реального робота.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Рис. 3. | Рис.4. |

У випадку, коли третє колесо знаходиться попереду ведучих коліс, робот може стійко рухатися по прямій з будь-якою швидкістю. Зрозуміло, що спеціальна система управління може стабілізувати рух робота і в разі, коли ведучі колеса знаходяться попереду, проте алгоритм цієї системи управління повинен враховувати природу нестійкості, яка визначається диференціальними рівняннями (2). Зауважимо, що саме цей варіант вибирається при конструюванні шасі великих літаків. Розглянуті завдання управління і навігації роботів показують, що мобільні роботи є надзвичайно зручним об'єктом для постановки як класичних, так і нових завдань мехатроніки.

*ЛІТЕРАТУРА*

*1. Hirose S. lntroduction of “lntelligent Sport“ // J. Robotics and Mechatronics.- 1998.- Vol. 10.- № 1.- Р. 2—6.*

*2. Маркеев А. П. О динамике катящегося тела и некоторых курьезных свойствах вращающегося волчка // Соросовский образовательный журнал.- 1998.- № 9.- С. 96—103.*

*3. Девянин Е. А. О движении колесных роботов // Доклады научной школы конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы». Москва, 1—3 декабря 1998 года. М.: НИИ механики МГУ.- 1998.- С. 169—200.*

*4. Белых В. Н. Элементарное введение в качественную теорию и теорию бифуркаций динамических систем // Соросовский образовательный журнал. -1997.- № 1.- С. 115—121.*

*5. Мартыненко Ю.Г. Динамика мобильных роботов. // Соросовский образовательный журнал.-2000.-Т. 6.- №5.-С.111-116.*